

ANTONIO LEPSCHY



Istituto Veneto  
di Scienze, Lettere  
ed Arti

SCRITTI



L'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, che trova la sua lontana origine nel Reale Istituto Nazionale, voluto da Napoleone per l'Italia all'inizio del XIX secolo, sull'esempio dell'Institut de France, venne poi rifondato con l'attuale denominazione nel 1838 dall'Imperatore d'Austria Ferdinando I. Con l'unione del Veneto al Regno d'Italia, l'Istituto fu riconosciuto di interesse nazionale assieme alle principali accademie degli stati preunitari, anche se la sua maggior attenzione ha continuato ad essere rivolta alla vita culturale e scientifica delle Venezia. La sua configurazione è quella di un'Accademia scientifica, i cui membri sono eletti dall'Assemblea dei soci effettivi, pur venendo la nomina formalizzata con decreto ministeriale.

L'Istituto pubblica gli «Atti», rivista trimestrale distinta in due classi: quella di scienze morali, lettere ed arti e quella di scienze fisiche, matematiche e naturali. Pubblica altresì le «Memorie», pure suddivise nelle due menzionate classi, per studi monografici riconosciuti di particolare rilevanza scientifica e culturale da apposite commissioni di esperti. Pubblica infine collane specializzate come anche gli atti dei convegni, delle scuole di specializzazione e dei seminari da esso promossi.



Istituto Veneto  
di Scienze Lettere  
ed Arti



ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ANTONIO LEPSCHY

SCRITTI

VENEZIA

2008

ISBN 978-88-95996-02-8

© Copyright by Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti - Venezia  
30124 Venezia - Campo S. Stefano 2945  
Tel. 0412407711 - Telefax 0415210598  
[ivsla@istitutoveneto.it](mailto:ivsla@istitutoveneto.it)  
[www.istitutoveneto.it](http://www.istitutoveneto.it)

## INDICE

Presentazione . . . . .	Pag. VII
<i>Ricordo di Antonio Lepschy (1931-2005)</i> di Giovanni Marchesini . . . . .	» XI
<i>Ordine, disordine, caos</i> . . . . .	» 3
<i>Il colore della porpora</i> . . . . .	» 17
<i>Le dimensioni del tempo</i> . . . . .	» 31
<i>Scolio ad una “Questione di matematica” trattata nei “Problemi” del Corpus Aristotelico</i> . . . . .	» 41
<i>Cristalli e simmetrie</i> . . . . .	» 49
<i>Ghiribizzo a proposito delle nozioni di causa formale e di analogia</i> . . . . .	» 69
<i>Modelli matematici e previsioni</i> . . . . .	» 79
<i>Specializzazione e dialogo culturale nelle scienze: il ruolo delle accademie</i> . . . . .	» 93
Bibliografia . . . . .	» 103
Indice dei nomi di persona . . . . .	» 129





## PRESENTAZIONE

*La pubblicazione di questo volume costituisce una deroga alla regola generalmente seguita di ricordare i propri soci scomparsi con un'apposita commemorazione e non con una ripubblicazione di lavori già editi; ma è prevalso l'intendimento di lasciare un segno più fermo, una testimonianza più forte di quell'eccezionale personalità di studioso, dalle grandi qualità umane, che fu Antonio Lepschy.*

*La vastissima e poliedrica cultura di Antonio Lepschy, scomparso quando era Vice presidente dell'Istituto Veneto e auspicato quale futuro Presidente, lo ha portato a cimentarsi in saggi su argomenti relativi ai più diversi campi del sapere – spaziando dall'ambito della matematica e delle scienze fisiche a quello delle lettere e delle scienze umane – ma sempre di altissimo livello; e cultura trasversale, che gli ha consentito di esprimersi esemplarmente in scritti rappresentativi di quell'interdisciplinarietà che costituisce una delle caratteristiche tipiche delle istituzioni accademiche.*

*L'ultimo dei saggi di Antonio Lepschy pubblicati a cura dell'Istituto Veneto ha per titolo Specializzazione e dialogo culturale nelle scienze: il ruolo delle accademie: che egregiamente si presta anche a riassumere il senso dell'appartenenza del suo autore alla nostra Accademia e l'impronta che ne ha caratterizzato la partecipazione.*

*I saggi qui contenuti non sono dunque la raccolta di tutti quelli pubblicati da Antonio Lepschy presso l'Istituto Veneto: ma sono quelli che meglio si prestano a lasciare memoria del singolare e prezioso contenuto all'attività dell'Istituto di uno dei suoi soci più stimati e amati.*

*Il Presidente*  
Leopoldo Mazzarolli







RICORDO DI ANTONIO LEPSCHY  
(1931-2005) \*

GIOVANNI MARCHESINI

Ringrazio il Presidente per avermi affidato il compito di ricordare Antonio Lepschy ai soci dell'Istituto. Ho accettato, pur con la consapevolezza di non essere la persona adatta ad interpretare una Commemorazione. Mi pare di vedere davanti a me Antonio Lepschy (Toni per gli amici) rassegnato ad ascoltarmi e, alla fine del mio intervento, sorridendo con aria un po' sorniona e un po' ironica ed accarezzandosi la barba, guardarmi e dire "che cosa ti sei messo a fare?". Probabilmente l'avrebbe detto in veneziano, come spesso avveniva con gli amici veneziani. Veneziano che con lui tornava ad essere la lingua di Venezia. Ne possedeva una invidiabile conoscenza ereditata dal padre, gentiluomo veneziano di altri tempi. Mi scuso con tutti, e in primo luogo con i famigliari, se non ho voluto pensare ad una Commemorazione, almeno nel senso che viene solitamente attribuito a questo termine. Non amo le commemorazioni: non solo perché si riferiscono a persone che non ci sono più, ma soprattutto perché mi danno la sensazione di essere un modo per ricordare l'opera e l'attività di una persona per affidarle alla storia, per poi voltare pagina, come fatto compiuto. Non è così per me, almeno in questo caso. Antonio Lepschy è con noi e rimane con noi; è presente nel nostro modo di pensare e di operare. Con queste righe cercherò di trasmettere questo mio sentire.

Toni Lepschy iniziò ufficialmente l'attività di docente all'Università di Padova tenendo l'insegnamento di Servomeccanismi. Si trattava di un insegnamento pionieristico di Teoria dei controlli automatici, che venne proposto per la prima volta agli allievi ingegneri nell'anno accademico 1959-60. Toni, che a quel tempo lavorava alla Fondazione Bordini a Roma, fu insieme ad Antonio Ruberti fra quelli che, in Italia, hanno costituito la prima generazione dei cultori di controlli automatici. Pionieristici furono alcuni lavori di Toni Lepschy che vennero presto inseriti nei programmi dei primi insegnamenti di controlli automatici e divennero argomento delle lezioni per gli studenti.

---

\* In «Atti dell'IVSLA», 164 (2005-06), Parte generale e Atti ufficiali, pp. 143-149.

Ebbi la fortuna di seguire come studente, con grande curiosità ed interesse, le sue prime lezioni padovane. Prima di allora non avevo mai incontrato Toni Lepschy, pur abitando entrambi a Venezia. Come studenti veneziani che frequentavano l'Università di Padova ci conoscevamo un po' tutti. Ma i pochi anni di differenza che c'erano fra noi sono stati sufficienti perché io iniziassi l'università quando Toni ne era da poco uscito. Così il treno dei pendolari da Venezia a Padova, luogo usuale di incontro tra studenti, non lo vedeva già più fra i frequentatori. L'occasione per conoscere personalmente Toni Lepschy fu durante il lavoro per la mia tesi di laurea. Non era lui il relatore, ma lo divenne ben presto di fatto con i suoi consigli e suggerimenti. A quell'epoca, la sede ufficiale di lavoro di Toni Lepschy era lontana da Padova, ma egli si sottoponeva settimanalmente ad un numero imprecisato di ore di treno per potersi rifugiare a Venezia nei fine settimana e per poter anche andare a Padova e trascorrere alcune ore presso l'Istituto di Elettrotecnica, in parte poi germinato nell'attuale Dipartimento di ingegneria dell'informazione, dove aveva avviato alcuni giovani allo studio e alla ricerca nei controlli automatici. Anch'io, chiamato dal direttore Giovanni Someda, avevo cominciato a lavorare in quell'Istituto, ma in un settore molto diverso. A quel tempo il mezzo di trasporto che usavamo entrambi, Toni Lepschy ed io, per i trasferimenti da Venezia a Padova, era l'autobus. È capitato così che talvolta prendessimo l'autobus alla stessa ora. A dire il vero, quando venivo a sapere che Toni Lepschy era in Istituto, cercavo di informarmi sui suoi piani di viaggio per trovarmi a prendere lo stesso autobus. A Venezia a quell'epoca le abitazioni della mia famiglia e di quella di Toni erano a pochi passi di distanza sulla fondamenta delle Zattere. Quando facevamo il viaggio insieme, questa circostanza mi dava l'opportunità di sfruttare anche la passeggiata da piazzale Roma alle Zattere. Il tragitto, quando il tempo lo permetteva, si allungava per comprendere alcuni percorsi avanti-indietro sulla fondamenta. Pur avendo avuto al liceo alcuni ottimi insegnanti, che mi avevano offerto l'opportunità di fare esperienze culturali di grande interesse, l'incontro con Toni fu per me un'esperienza nuova: compresi cosa è un maestro, quale è l'atteggiamento che un maestro vero ha nei confronti dei suoi allievi. Realizzai che la trasmissione della conoscenza da maestro ad allievo non riguarda soltanto aspetti legati alle nozioni impartite nei corsi universitari. È molto più ampia, ed è rivolta a far nascere curiosità e interessi in ogni campo del sapere, a far crescere il desiderio di confrontarsi su problemi di fondo, non solo scientifici, e a imparare a costruire un metodo per affrontarli.

Dopo alcune mie esperienze universitarie di lavoro in aree diverse dai controlli automatici, grazie anche all'intervento di Toni, entrai a far parte della cerchia dei suoi collaboratori più diretti. Allora non ricoprivo alcuna posizione di ruolo, posizione della quale ho beneficiato molto più tardi, poco prima di essere chiamato come professore di prima fascia; tenevo un in-

segnamento come Incaricato, inizialmente presso la Facoltà di Scienze. Toni mi aveva affidato il compito di svolgere le esercitazioni del suo corso. Toni si è subito accorto, forse lo sapeva ancor prima, che desideravo avere autonomia nel lavoro e nella scelta dei temi di ricerca e, fin dall'inizio, mi ha lasciato completa libertà. Ho capito più tardi che quello che aveva fatto derivava da una sua incredibile apertura mentale e che, invece, la norma era che i giovani venissero indotti a lavorare sui temi di ricerca del loro capogruppo. Solo raramente ho collaborato con Toni su specifiche ricerche. Sentivo però che seguiva 'a distanza' i nostri sforzi, i successi conseguiti e le sconfitte subite. Ne avevo la riprova dalle domande, sempre pertinenti e documentate, che ci poneva.

Tutti coloro che in Italia si occupavano di controlli automatici e teoria dei sistemi lo conoscevano, lo ammiravano e lo amavano. Avemmo modo di constatarlo fin dall'inizio della nostra attività di ricercatori. A partire dal 1963, inizialmente per tre anni a Bressanone, e successivamente in altre città, si svolsero le riunioni del gruppo informale dei giovani che si interessavano ai controlli automatici e alla teoria dei sistemi. Io non appartenevo ancora al mondo dei Controlli automatici, ma Mario Baldassarri, matematico con grandi intuizioni anche a margine della matematica pura, mi aveva chiamato a collaborare sull'idea di costituire un Centro di matematica applicata su temi vicini a quelli propri della Teoria dei sistemi. Di conseguenza partecipavo anch'io a questi seminari. Quasi sicuramente l'idea di organizzare questi incontri fu di Toni Lepschy e di Antonio Ruberti. Furono giornate veramente fondamentali per tutti noi dal punto di vista scientifico e, direi principalmente, per l'esperienza di vita in comune, fuori dalle aule, nei famosi ristoranti e ritrovi di Bressanone, con coloro che rappresentavano i nostri punti di riferimento. Primi fra questi Toni Lepschy e Antonio Ruberti che, lavorando insieme alla Fondazione Bordoni, avevano affrontato il compito di far nascere anche in Italia la ricerca nella teoria dei sistemi e del controllo. Agli incontri di Bressanone, e ad alcuni dei successivi, parteciparono anche studiosi di riconosciuta esperienza in altre discipline, attratti dall'interesse dell'iniziativa e dal suo successo. Fra questi Renzo Marensi, che, professore al Politecnico di Torino, guidava il gruppo dei giovani ricercatori torinesi, e Francesco Barozzi. Quest'ultimo, bolognese e professore di elettrotecnica a Trieste, uomo di grande cultura e umanità, era particolarmente caro a Toni Lepschy. Li accomunavano un modo di sentire comune, un ampio spettro di interessi e, in particolar modo, l'amore per il libro. Toni ricordava spesso le stimolanti e, al tempo stesso, rilassanti serate che, quando erano entrambi professori a Trieste, trascorrevano insieme ospiti, durante la settimana del medesimo albergo.

Toni apprezzava le persone di qualità e ne rispettava le opinioni, anche quando difformi dalle sue, interprete, com'era, dello spirito di Voltaire. Pensatore che conosceva molto bene e che scoprimmo di avere entrambi

cominciato a leggere fin dal liceo. Detestava i mediocri, ma assai raramente lo rendeva loro intelligibile. Frequentava il Dipartimento tutti i giorni, anche quando, andato in pensione, la Facoltà, desiderosa di poter contare sul suo contributo, gli aveva attribuito un contratto di collaborazione. Rispettava con convinzione e diligenza un orario che si era imposto. Avremmo potuto regolare gli orologi sull'ora alla quale arrivava. Non lasciava però mai a metà quello che stava facendo, cosicché l'orario di uscita talvolta andava ben oltre quello che si era prefissato. Quando Toni era al lavoro, la porta del suo studio era sempre aperta. Era aperta a tutti, studenti e colleghi, che invitava ad entrare immediatamente al loro arrivo, interrompendo il lavoro che stava facendo. Tutti erano accolti amichevolmente e ricevevano l'attenzione richiesta. Ero testimone diretto di ciò perché la mia stanza è sempre stata vicina a quella di Toni e, negli ultimi tempi, da quando sono rientrato in Dipartimento, proprio contigua. Talvolta dedicava tempo ed attenzione a persone particolarmente petulanti, insistenti e che non avevano proprio nulla di interessante da offrire. In alcune di queste situazioni, quando le loro visite si reiteravano e la loro eccessiva durata avrebbe fatto 'uscire dai gangheri' anche il più santo degli uomini, ricordo di aver invitato Toni a far loro presente che stavano esagerando, senza peraltro ottenere alcun successo.

La porta dello studio di Toni era aperta 'verso l'interno' per accogliere coloro che desiderassero parlare con lui; ma era aperta anche 'verso l'esterno'. Quando Toni era al lavoro, attraverso la porta aperta veniva trasmessa a tutti noi una sensazione di sicurezza e di tranquillità. Tranquillità che derivava dalla presenza di un riferimento sicuro, di un maestro sempre disponibile che, all'occorrenza, avrebbe dato risposta ai nostri dubbi e ci avrebbe rasserenato di fronte alle difficoltà. Così perceivamo la sua presenza. Quando Toni è stato costretto dal male a non poter venire in Dipartimento, la porta del suo studio è rimasta chiusa; il corridoio è diventato buio e l'atmosfera carica di incertezze. Abbiamo posto sulla porta del suo studio un avviso con i nomi di alcuni di noi allievi ai quali avrebbero potuto rivolgersi coloro che, per vari motivi, avevano in animo di incontrare Toni. Queste persone hanno trovato accoglienza da parte nostra e abbiamo cercato di farlo con la massima disponibilità e l'impegno necessario. È certo però che non sono uscite dalle nostre stanze con lo stesso bagaglio di conoscenze e con lo stesso stato d'animo che avrebbero avuto dopo un incontro con Toni.

Toni si interessò sempre ai problemi e alle vicende della politica. Mai per interesse personale e mai con partecipazione emotiva. La sua era un'analisi sempre molto lucida, articolata, esaustiva e con il distacco di chi, profondo conoscitore della storia, guardava alle vicende di oggi attraverso questa chiave di lettura. Ne troviamo un significativo esempio nel testo della commemorazione di Renzo Marenesi nella quale Toni Lepschy ripercor-



re con estrema lucidità e essenzialità alcuni momenti che hanno caratterizzato la storia politica degli ultimi sessanta anni della nostra Repubblica. Ultimo contributo di Toni Lepschy per l'Istituto Veneto. Non si può nemmeno dire che fosse deluso da come andavano le vicende del nostro Paese. In un certo senso sembrava darlo per scontato e aspettarsi che, pur assistendo ad un progressivo deterioramento, non ci fosse limite al peggio. La sua impostazione puramente razionale, mai offuscata da passione, approdata ad una forma di atarassia pirroniana, lo induceva ad una fredda, spesso ironica partecipazione.

Toni Lepschy dedicò un concreto impegno alla politica universitaria e ricoprì cariche di rilievo nella vita dell'Ateneo padovano. Fu più volte Direttore di Istituti e Dipartimenti, fu delegato del Rettore per la ricerca scientifica, Presidente della Commissione scientifica di Ateneo, Coordinatore del Nucleo di valutazione. Nel periodo nel quale fu Presidente della Commissione di Ateneo per la sperimentazione, la profonda conoscenza dei meccanismi universitari, la visione di insieme dell'Ateneo, l'alto senso dell'istituzione, la sua infinita pazienza, l'ostinazione e la capacità di mediazione, furono insostituibili nell'ideare e attuare la trasformazione dell'Ateneo di Padova in una struttura dipartimentale, come richiesto dalla legge. Non so chi altro sarebbe riuscito a portare a termine una tale impresa.

Tra le cariche prestigiose ricoperte da Toni Lepschy vi è quella di Preside della Facoltà di Ingegneria. Gli esempi di equilibrio, razionalità e serenità, dimostrati in molteplici occasioni nell'affrontare i problemi di una Facoltà complessa come Ingegneria, hanno costituito un riferimento sicuro nel periodo nel quale toccò a me ricoprire la carica di Preside. Periodo nel quale non mancarono mai i suoi preziosi consigli, che era sempre disponibile a fornire a me, come a tutti, se gli venivano richiesti. L'iniziativa non partiva mai da lui e lui, discreto consigliere, non si intrometteva mai di sua sponte.

L'atteggiamento che dimostrava nel ricoprire incarichi di governo ha lasciato un profondo segno in quelli dei suoi allievi che hanno, a loro volta, assunto incarichi di governo accademici o nelle pubbliche amministrazioni: lo spirito di servizio ed il rispetto delle istituzioni. Le scelte di chi governa devono essere sempre rivolte ad ottenere il bene dell'istituzione e non quello personale o di gruppi. Le posizioni di 'potere' sono ricoperte per un tempo finito e quindi vanno lasciate. Con naturalezza. Sembra un'impostazione facilmente condivisibile da tutti in modo ovvio. Purtroppo, nella realtà dei fatti, questa regola aurea non sempre viene rispettata. Sono però convinto che quelli di noi che hanno assunto responsabilità di governo non l'hanno deluso.

Toni metteva la stessa attenzione nell'assolvere incarichi di collaborazione con prestigiose istituzioni o nel collaborare con enti di minore rilevanza. Gli impegni assunti, diceva, vanno rispettati in ogni caso, con la massima serietà.

Le festività natalizie offrivano l'occasione per scambiarsi il regalo di un libro. Mi anticipava sempre nello scambio del regalo. Fin da bambino avevo l'abitudine di aprire i pacchetti dei regali il giorno di Natale, forse per vederli tutti insieme. Toni invece, premettendo di non saper resistere alla curiosità, apriva subito il pacchetto. In realtà penso che nel suo fare fosse presente anche una componente dissacratoria o, quanto meno, la volontà di non sottostare alla pressione psicologica del rito. Frequentavamo la stessa libreria e avevamo convenuto il patto che, qualora il libro regalato non ci fosse piaciuto o ne avessimo già una copia, avremmo potuto andare a cambiarlo. Ricordo con certezza di non aver mai sfruttato l'accordo. Toni affermava la stessa cosa, ma non sono sicuro che i libri da me scelti fossero quelli 'giusti', o che qualche volta, spero poche, mi abbia mentito per non darmi l'impressione che non avevo azzeccato una delle scelte alle quali tenevo di più. Cercavo di prepararmi per tempo, anche sottoponendo il comune amico libraio a insistenti richieste per scoprire se Toni si fosse soffermato su qualche recente pubblicazione e non l'avesse ancora acquistata, cosa invero assai difficile. Toni superava chiunque nell'acquisto dei libri. Aveva capacità, facilità di lettura e di memorizzazione incredibili. Delle molte migliaia di libri che formano la sua biblioteca privata, ricordava con precisione il contesto nel quale l'autore aveva scritto il libro, i contenuti e non di rado era in grado di riportare le parole usate dall'autore. Toni diceva scherzosamente di essere affetto da una forma maniacale di bibliofilia. Nella realtà i libri che acquistava rappresentavano tasselli e mattoni di un edificio la cui architettura era stata da lui progettata sulla base di una precisa idea culturale. L'ampiezza di interessi era impressionante e non ha mai cessato di sorprendermi. Ne sono parziali testimonianze gli innumerevoli interventi nelle accademie delle quali era socio, in particolare all'Istituto Veneto, nei quali le tematiche interculturali nascevano da una profonda conoscenza allo stesso tempo storico-umanistica e scientifica e dove i contenuti si fondevano armoniosamente.

Il periodo natalizio si avvicina. Ogni volta che entrerò in libreria non riuscirò di certo a sottrarmi alla tentazione di individuare il libro che sarebbe stato l'oggetto dello scambio di auguri. Ma, per la prima volta, quel libro mi rimarrà in mano.

ANTONIO LEPSCHY

SCRITTI



## ORDINE, DISORDINE, CAOS \*

Sono stato a lungo incerto sul titolo che avrei potuto dare a questa conversazione; una prima scelta era quella che ho poi deciso di adottare mentre l'alternativa sarebbe stata quella di intitolare il mio intervento: "Domare il caos".

Con la prima delle due soluzioni avrei dato maggior rilievo alla presentazione, sia pure a livello intuitivo, delle recenti teorie sul cosiddetto caos deterministico, contrapponendo tale modo di comportarsi di un sistema ai comportamenti "ordinati" e ad altre forme, forse meno suggestive, di disordine. Con la soluzione alternativa avrei dato invece maggiore evidenza alla possibilità, più di recente presa in considerazione, di imporre ad un sistema caotico il comportamento desiderato.

Ovviamente non avrei comunque rinunciato a parlare, quale che fosse stato il titolo prescelto, né dell'uno né dell'altro tema; si trattava solo di individuare su quale dei due aspetti fosse preferibile richiamare l'attenzione.

Alla fine, non riuscendo a fare una scelta in base alla sostanza del problema, mi sono affidato ad un aspetto formale ed ho rinunciato, non senza qualche rimpianto, al titolo "Domare il caos" perché questo avrebbe potuto avere il sapore di un anglicismo che, in questo contesto, avrei avuto una lieve preferenza ad evitare.

### *L'ordine e il disordine*

Capita spesso che, quando ci si accinge ad usare una parola, si pensi subito al significato che questa ha nel contesto in cui la si impiega e non si dia peso ad altri suoi possibili significati, che rimangono al di sotto del livello cosciente, pur essendo quelli cui immediatamente penseremmo in un contesto diverso. E spesso ci si stupisce, quando ci se ne rende conto, per la quantità di significati diversi che una parola anche d'uso comune può avere.

---

\* Discorso tenuto nell'adunanza solenne del 13 giugno 1999 nella sala del Piovego di Palazzo Ducale, in «Atti dell'IVSLA», 157 (1998-99), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, pp. 115-132.

Queste riflessioni cadono a proposito anche nel caso della parola “ordine”. Può non destare meraviglia che un dizionario ricco come il Battaglia dedichi alla parola (e ad esemplificazioni del suo impiego) ben 41 colonne, elencandone 97 significati diversi (anche se, in qualche caso, si tratta di sfumature di significato). Su dimensioni più accettabili l’ottimo Vocabolario della Lingua Italiana, curato da Aldo Duro per la Treccani, presenta per la voce “Ordine” 11 significati generali, suddivisi in accezioni più specifiche che assommano a 42.

Nel contesto di questa conversazione, in cui l’ordine è contrapposto al disordine (ed al caos), è chiaro che non saremo interessati al significato di “ordine” come “comando”. Analogamente non ci interesserà, *stricto sensu*, l’uso della parola con il significato di ordinamento o di relazione d’ordine e, quindi, in espressioni quali ordine alfabetico o ordine ciclico (come quello delle ore, dei giorni della settimana, dei mesi o delle stagioni). Fra le definizioni citate nel vocabolario della Treccani forse quella che meglio si adatta al nostro caso concepisce l’ordine come una disposizione di più cose collocate, le une rispetto alle altre, secondo un criterio organico e ragionato, rispondente a fini di praticità, di armonia, di opportunità o, più in generale, il modo in cui i vari elementi di una serie si susseguono (o devono susseguirsi) nello spazio, nel tempo o in una successione ideale. Forse la descrizione più efficace di un sistema ordinato, da questo punto di vista, rimane ancora quella (non scevra di una certa pedanteria moralistica) che si concreta nel motto: “un posto per ogni cosa, ogni cosa al suo posto”.

Se ho citato questa frase (per la quale non ho una grande simpatia, forse perché mi ricorda il tono di rimprovero con il quale il nonno me la diceva quando – ahimé non troppo di rado – le mie cose non erano propriamente “in ordine”) è dovuta al fatto che essa mette bene in evidenza il legame che si può istituire fra la nozione di ordine, in tal modo intesa, e quella di prevedibilità: se c’è un posto per ogni cosa ed ogni cosa è stata messa al suo posto, nella maggior parte dei casi di interesse concreto, possedendo l’opportunità “chiave” di quell’ordinamento, si sa dove cercarla (e si è sicuri di trovarcela). In questo senso un sistema ordinato è un sistema il cui comportamento è agevolmente prevedibile. Ed in proposito ricordo che certi anziani triestini, da me conosciuti quando insegnavo in quella città, solevano dire (non senza un certo rimpianto): “l’Austria era un paese ordinato.” Qualità, per altro, non sempre apprezzabile se l’“ordine” è quello cui si riferisce la frase con la quale era stato riassunto l’intervento di Horace-François Sebastiani, ministro degli esteri di Luigi Filippo, tenuto davanti alla Camera francese nel 1831, dopo che le truppe zariste avevano represso l’insurrezione polacca di quell’anno: “L’ordine regna a Varsavia”.

Ma torniamo a noi. Ricordo che di recente, sia pure in un contesto confidenziale, un amico filosofo aveva rimproverato la tendenza di molti cultori di discipline scientifiche, quando sono incaricati di tenere una con-

versazione di carattere generale di fronte ad un pubblico non specialistico, a parlare piuttosto di problemi filosofici che non di problemi riguardanti la loro area.

Il rimprovero è giusto e non vorrei meritarlo; però ritengo mi si possa concedere che molti degli aspetti che hanno interessato il pubblico a proposito del caos deterministico sono proprio le questioni, di carattere anche epistemologico, connesse alla prevedibilità. In questo senso, quindi, mi viene spontaneo parlare dell'ordine, dal punto di vista che qui mi interessa, come di una caratteristica di sistemi (non necessariamente solo fisici) descritti da modelli matematici che consentano di determinarne esattamente l'evoluzione nel tempo (e/o la distribuzione nello spazio).

In proposito si può dire che tutti i sistemi deterministici dovrebbero presentare questa caratteristica ma entra in gioco anche un fattore di carattere soggettivo: una cosa è che il sistema sia retto da equazioni di tipo deterministico ed una cosa diversa è che chi si vuol servire di quel modello conosca perfettamente i valori esatti dei parametri che figurano in quelle equazioni e delle "condizioni al contorno" (come si dice nel gergo delle equazioni differenziali che descrivono il comportamento dei sistemi dinamici), le quali permettono di calcolare la specifica soluzione di tali equazioni corrispondente all'effettivo comportamento del sistema quando evolve a partire da quelle particolari condizioni. In questo senso, quindi, è più facile che si parli di ordine a proposito di sistemi sostanzialmente piuttosto semplici e si può dire che non ci si trova di fronte ad un problema di fisica (cioè di come descrivere un sistema naturale quale esso è) ma ad un problema di ingegneria (e cioè di come progettare un sistema artificiale affinché si comporti come desidereremmo) quando si vuole ottenere che il sistema progettato evolva in modo non apprezzabilmente diverso da quello del modello matematico semplice che se ne è concepito ed il cui comportamento è quindi agevole da prevedere a partire da non troppi dati, facilmente acquisibili con precisione sufficiente.

E questo punto di vista ingegneristico-progettuale, contrapposto a quello fisico-descrittivo, giustifica anche la preferenza che avevo accordato ad una definizione di ordine nella quale si parlava di un criterio organico, rispondente a fini di praticità e di opportunità.

All'ordine si contrappone il disordine, di cui si possono avere vari gradi; pensando ad un modello fisico, un buon esempio di ordine può essere dato dalla struttura di un cristallo ben formato: le celle di un reticolo si affiancano l'una all'altra secondo opportune direzioni, a ciascun vertice di ogni cella si trova un determinato atomo e ciò che nel gergo tecnico specifico si chiama vettore di traslazione porta da ciascun vertice di una cella a quello corrispondente di una cella adiacente, in cui si troverà ancora un atomo del tipo di quello di partenza; c'è quindi un posto per ogni cosa, ogni cosa è al suo posto e la previsione di trovarcela è pienamente soddisfatta.

Minori caratteristiche d'ordine ha un cristallo non ben formato o con intrusioni; ancor minori quella di un materiale policristallino. Si può poi passare al caso di quei particolarissimi liquidi ad elevata viscosità che sono i vetri e poi ai liquidi veri e propri ed infine al caso dei gas e dei vapori, che sono certamente le strutture più disordinate fra quelle di cui si è detto.

Qui però subentra la possibilità di una caratterizzazione statistica del sistema, la cui situazione può essere descritta non più in termini di posizione e velocità delle numerosissime particelle che compongono l'insieme ma in termini di pressione, volume e temperatura della massa di gas complessiva. E, da questo punto di vista, la misura del disordine è fornita dall'entropia, che a livello dell'intero universo (anche se non dei singoli sottosistemi) tende ad aumentare facendo passare da stati meno probabili a stati più probabili non senza qualche aspetto paradossale che ha dato non poco filo da torcere ai fisici e, forse più, ai filosofi della fisica: fra l'altro, *summum ius summa iniuria*, il massimo disordine si risolve in un grigiore uniforme in cui spariscono i contrasti macroscopici di bianco e di nero e che ci porrebbe invece apparire ordinato, in quanto il disordine è, per certi aspetti, disceso al di sotto della nostra soglia di percezione.

### *Il caos*

Parlando di caos il nostro pensiero non può non risalire al mito amico, come ce lo descrivono i versi di Ovidio:

Ante mare et terras et, quod tegit omnia, caelum  
 unus erat toto naturae vultus in orbe,  
 quem dixere Chaos, rudis indegestaque moles  
 nec quicquam nisi pondus iners congestaque eodem  
 non bene iunctarum discordia semina rerum,  
 .....

Utque erat tellus illie et pontus et aër,  
 sic erat instabilis tellus, innabilis unda,  
 lucis egens aër: nulli sua forma manebat,  
 obstabatque aliis aliud, qui a corpore in uno  
 frigida pugnabant calidis, umentia siccis,  
 mollia cum duris, sine pondere habentia pondus,  
 Hanc deus et melior litem natura diremit;  
 nam caelo terras et terris abscidit undas  
 et liquidum spisso secrevit ab aëre caelum.

Questo mito ha continuato a suggestionare nei secoli i poeti, e non essi soli, come testimoniano ad esempio i versi di Hölderlin in *Die Musse*:



... der geheime  
 Geist der Unruh, der in der Brust der Erd und der Menschen  
 zürnet und gärt, der Unbezwungte, der alte Erober,  
 der die Städte, wie Lämmer, zerreist, der einst den Olympus  
 stürmte, der in den Bergen sich regt und Flammen herauswirft,  
 der die Wälder entwurzelt und durch den Ozean hinfährt,  
 und die Schiffe zerschlägt und doch in der ewigen Ordnung  
 niemals irre dich macht, auf der Tafel deincr Gesetze  
 keine Silbe verwischt, der auch dein Sohn, o Natur, ist  
 mit dem Geist der Ruh aus einem Schosse geboren

di cui riporto la splendida traduzione di Giorgio Vigolo:

... l'occulto  
 spirito di turbolenza, che in petto alla terra ed agli uomini  
 fermenta iroso, incoercibile, l'antico eversore  
 che le città come agnelli fa a brani, che una volta l'Olimpo  
 assalì, che ferve nei monti e fiamme ne scaglia,  
 che sradica le foreste e attraverso l'oceano inoltra  
 mandando in frantumi le navi, eppure nell'ordine eterno  
 mai ti sommuove, o natura, né muta una sillaba sola  
 alle tavole delle tue leggi; perché anch'esso è tuo figlio.  
 Con lo spirito della quiete nato da un unico grembo.

Alla visione classica, di cui si fa interprete Ovidio, di un caos primigenio che precede un cosmo ordinato: "Hanc deus et melior litem natura diremit", si oppone con Hölderlin la visione romantica di un caos che convive con lo spirito della quiete "nato da un unico grembo". E, forse, questa visione si addice meglio al concetto di caos che mi appresto ad illustrare.

La scienza rinascimentale fu tentata in varie occasioni di avvalersi del concetto di caos, cui Paracelso, ad esempio, dava il significato di "vapore prodotto dal freddo". Alla parola caos, sia pure deformata, fece ricorso, in particolare, il medico e chimico di origine fiamminga, nato a Bruxelles, Johannes Baptista van Helmont (1577-1644) che, sul modello di caos, conìò la parola gas: "in nominis egestate, habitum illum Gas vocavi, non longe a Chao veterum secretum" (ed è certo che si trattasse di una deformazione voluta della parola greca, avendo egli scritto in altro passo "novo nomine Gas voco").

Nell'Ottocento si parlò di caos molecolare nell'ambito della teoria cinetica dei gas; l'espressione, per altro, non incontrò grande successo e divenne ben presto di impiego assai raro. Diversa è invece la situazione a proposito della recente teoria del cosiddetto caos deterministico. La parola caos usata in questo senso compare (anche nel titolo) in un volume di James Gleick apparso nel 1987; una designazione più tecnica (anche se, curiosa-

mente, dall'aspetto assai poco tecnico) è quella di "attrattore strano", usato (probabilmente per la prima volta) da Ruelle e Takens in un loro articolo intitolato "On the nature of turbulence" e pubblicato nel 1971. Nel 1975 Jim Yorke si servì invece del termine "rumore deterministico".

### *Il caos deterministico*

Come ho detto testé, Ruelle ha proposto un'espressione: "attrattore strano" che ha avuto largo successo ma che richiede qualche chiarimento.

Mi scuso se, alla ricerca di un compromesso ragionevole, potrò apparire banale ed impreciso a chi di queste cose si occupa e nel contempo oscuro agli altri.

Forse il punto di partenza migliore è quello relativo alla nozione di equilibrio stabile, che forse non è completamente svanita dai ricordi scolastici di molti di noi. L'immagine più diretta che essa può suggerire è quella di un cono che poggia con la base su un piano orizzontale: l'equilibrio in tal caso è stabile perché se solleviamo un po' l'estremo di un diametro della base lasciando l'altro estremo sul piano di appoggio, il cono abbandonato a se stesso ritorna nella posizione primitiva (magari con qualche ballonzolamento). Instabile, invece, è l'equilibrio del cono appoggiato sulla punta ed indifferente quello del cono che poggia sul piano lungo una generatrice; in tal caso, infatti, se viene spostato dalla posizione di equilibrio facendolo rotolare sul piano in modo che poggi su un'altra generatrice, rimane nella nuova posizione così raggiunta, senza tornare verso la precedente né allontanarsene.

Così una pallina lasciata cadere lungo la superficie interna di una tazza semisferica, troverà il suo punto di equilibrio stabile nel fondo della tazza mentre se la tazza (supposta perfettamente semisferica) fosse capovolta e si appoggiasse la pallina sul punto più elevato della semisfera, la pallina tenderebbe ad allontanarsi sempre più da tale punto (di equilibrio instabile) non appena fosse spostata da questo (dove, per altro, potrebbe rimanere indefinitamente solo in linea teorica, e cioè in ipotesi di assenza di qualsiasi pur menomo spostamento d'aria o vibrazione).

Usando una terminologia diversa possiamo dire che un punto di equilibrio stabile del tipo considerato è un *attrattore* di tutte le possibili traiettorie che convergono su di esso a partire da condizioni iniziali diverse per la posizione o per la velocità.

I punti di equilibrio stabile non sono però che i più semplici degli attrattori che normalmente si incontrano. Un esempio di attrattore meno semplice, con il quale si ha spesso a che fare, è il cosiddetto *ciclo limite* di cui si può dare un esempio con l'oscillazione di un orologio a pendolo (finché questo è carico e la molla o i pesi lo tengono in movimento, nonostan-

te gli attriti che invece tenderebbero a far fermare un pendolo non collegato al motore tramite lo scappamento, portandolo nella sua situazione di equilibrio stabile, che è quella verticale). L'oscillazione del pendolo dell'orologio, però, è qualche cosa di sostanzialmente diverso da quella di un pendolo ideale (senza attriti); quest'ultimo, infatti, potrebbe compiere oscillazioni (tutte della stessa frequenza, che dipende dalla sua lunghezza) ma di ampiezza diversa (a seconda della posizione iniziale dalla quale lo si è fatto partire); nell'orologio a pendolo, grossolanamente parlando, l'oscillazione tende invece ad assumere non solo una data frequenza ma anche una data ampiezza: se il pendolo viene fatto partire da una posizione che forma un angolo, rispetto alla verticale, maggiore di quello che corrisponde al ciclo limite, le oscillazioni verranno smorzandosi fino a che non raggiungeranno l'ampiezza compatibile con le caratteristiche complessive di pendolo, scappamento e motore (a molla od a pesi); lo stesso capita se si parte da un'oscillazione iniziale di ampiezza minore e lo scappamento darà ogni volta un supplemento di spinta fino a portare l'oscillazione all'ampiezza di cui si è detto. Questa oscillazione di data frequenza e data ampiezza costituisce il ciclo limite al quale si approssimano (dall'esterno o dall'interno) le traiettorie che partono da condizioni iniziali diverse da quelle che appartengono al ciclo limite (che è appunto un attrattore per tali traiettorie).

Non è questa la sede per soffermarci su altre forme più complicate di attrattori e si passerà direttamente a cercare di dare un'idea di quelli che, per le loro caratteristiche, sono apparsi "strani" agli studiosi che se ne sono occupati.

Questi attrattori non sono punti (come i punti di equilibrio) e neppure semplici linee chiuse su se stesse come i cicli limite di cui si è parlato. Sono anch'essi delle linee che, però, riempiono fittamente una regione ben delimitata e per le quali l'immagine più ovvia alla quale potremmo pensare è quella di un gomito (o di un gruppo di due o più gomiti accostati e collegati fra loro); verso tale regione convergono le traiettorie che hanno origine in un dominio di attrazione più o meno ampio.

Quando si parte da punti di tale dominio di attrazione esterni alla regione occupata dall'attrattore, le traiettorie che descrivono l'evoluzione del sistema tendono ad avvicinarsi alla regione in cui i "gomiti" dell'attrattore sono racchiusi e restano imprigionate in essa avvicinandosi sempre più a quell'attorcigliatissimo "gliommero", come direbbero i napoletani: una figura cui ben si addicono i versi della Cenerentola rossiniana

Questo è un nodo avviluppato,  
 questo è un gruppo rintrecciato,  
 chi sviluppa più involuppa,  
 chi più sgruppa più raggruppa

(e meglio ancora che dalle parole citate di Giacomo Ferretti l'idea potrebbe essere data dalla musica che le riveste).

A differenza di ciò che accade in un normale gomito che si ingrandisce sempre di più a mano a mano che vi si avvolge il filo, nell'attrattore strano del caos deterministico la regione occupata dall'attrattore non si allarga e, seguendo la traiettoria che costituisce l'attrattore stesso a partire da un suo punto, ci si interna in tale regione per poi tendere di nuovo ai suoi bordi con un comportamento che ha, grossolanamente parlando, un aspetto vagamente periodico ma che periodico in effetti non è mai: caratteristica essenziale della periodicità è quella di ritornare continuamente a ripercorrere la stessa strada, ad assumere nuovamente posizioni già assunte, mentre questo comportamento, nel caso dell'attrattore strano, non si verifica. A ciò è dovuto un altro aspetto caratteristico di tale attrattore, che è quello di essere un oggetto "frattale" (nel senso precisato da Benoit Mandelbrot): l'attrattore, cioè, non ha dimensione intera, come la hanno una linea, una superficie od un volume, ma ha una dimensione espressa da un numero frazionario.

La caratteristica più tipica di questi attrattori strani è però la grande sensibilità alle condizioni iniziali quando queste siano prossime all'attrattore; come si è detto, infatti, se si parte da condizioni iniziali lontane dalla regione occupata dall'attrattore caotico si tende ad essa secondo traiettorie che si conservano ragionevolmente vicine fra loro quando partono da punti vicini; se però si è in prossimità dell'attrattore, bastano differenze esigue fra due punti di partenza perché le traiettorie che escono da tali punti si allontanino ben presto l'una dall'altra, così che quando l'una è in vicinanza della frontiera della regione occupata dall'attrattore l'altra può essere prossima al suo centro oppure prossima alla frontiera dalla parte opposta (o in qualsiasi altro punto della regione).

Questa caratteristica di comportamento giustifica il nome di caos deterministico: il sistema nel quale il fenomeno si presenta è descritto da ben precise equazioni ed il suo comportamento è al tutto deterministico; ciò non di meno, dato che inevitabili errori di stima rendono impossibile conoscere una posizione di partenza con precisione assoluta, non c'è modo di prevedere la traiettoria che evolve a partire dal punto considerato: piccolissimi errori di valutazione possono dare ben presto origine ad errori di previsione inaccettabilmente elevati.

Tutto ciò, naturalmente, non va preso alla lettera: ciò che conta è il legame fra l'entità dell'errore che si può commettere nella stima della situazione iniziale e la durata dell'intervallo di tempo dopo il quale l'errore di previsione ha valori inaccettabili. Lo studio del sistema solare ha portato a concludere che il moto dei pianeti maggiori, quali Giove e Saturno, è stabile, mentre quello della Terra e di altri pianeti di minori dimensioni non lo è ed ha caratteristiche caotiche; tuttavia la durata dell'intervallo dopo il quale

non si può essere sicuri nel prevedere la futura posizione della Terra è molto maggiore di quello dei tempi geologici e quindi non ha gran senso preoccuparci della cosa: per i prossimi millenni (e ben oltre) siamo in grado di prevedere la posizione del nostro pianeta meglio di quanto si possa prevedere qualsiasi altra cosa che ci riguardi.

La matematica di cui ci si serve per lo studio dei sistemi caotici non è certo così recente come farebbe pensare la coniazione, molto vicina a noi come si è detto, delle espressioni caos deterministico ed attrattore strano. Molta di questa matematica risale ad Hadamard (1865-1963), a Duhem (1861-1916) e, soprattutto, a Poincaré (1854-1912), cioè al periodo fra la fine del secolo scorso e l'inizio del nostro. Allora essa fu applicata soprattutto a problemi di carattere astronomico (quali quelli citati relativi alla stabilità del moto dei pianeti). Il problema tornò all'ordine del giorno e, in certa misura, ad interessare l'opinione pubblica con gli studi di Lorenz sulla meteorologia, dove il "tempo caratteristico" (dopo il quale si vanificano le previsioni basate su dati non sufficientemente precisi) era dell'ordine di qualche giorno, come appunto Lorenz ebbe modo di far vedere anche con riferimento ad un modello che, pur molto semplificato, già presentava le peculiari caratteristiche del comportamento caotico. È a lui, in particolare, che si attribuisce l'espressione "effetto farfalla", alludente alla possibilità che il battito delle ali di una farfalla in una certa regione del globo possa essere la causa del fatto che in una regione lontanissima si abbia un cataclisma (Lorenz, in effetti, ha parlato del battito delle ali di un uccello ma ciò non altera la sostanza della cosa).

### *Il caos come paradigma interpretativo*

Come varie volte è capitato, in ispecie quando di un concetto scientifico si è impadronita, non sempre in modi felici, una certa letteratura divulgativa, il caos deterministico è divenuto, negli ultimi anni, una sorta di paradigma in base al quale ipotizzare la natura di certi fenomeni complessi. La "complessità" è un'altra parola, scientifica o parascientifica, alla moda, spesso associata al caos, tanto che, soprattutto con atteggiamento polemico, si è coniata l'espressione "caoplessità" e si è irriso alle eccessive pretese dei "caoplessologi".

Qui è forse il caso, come nei vecchi romanzi d'appendice, di "fare un passo indietro" ritornando, se non a Newton, almeno a Laplace di cui si riporta la notissima citazione:

"Un'intelligenza che, per un istante dato, conoscesse tutte le forze da cui la natura è animata e la situazione rispettiva degli esseri che la compongono, se fosse abbastanza vasta da sottoporre questi dati ad analisi abbraccerebbe nella stessa for-

mula i moti dei corpi più grandi dell'universo e quelli dell'atomo più leggero: per essa non ci sarebbe nulla d'incerto, ed il futuro come il passato sarebbe presente ai suoi occhi. Lo spirito umano offre, nella perfezione che ha saputo dare all'astronomia, solo un barlume di tale intelligenza".

Come è ben noto queste parole di Laplace sono dense di implicazioni filosofiche; è stato detto, fra l'altro, che hanno un sentore quasi teologico. Il problema filosofico ed epistemologico più tipico è quello concernente quale spazio lasci, questo determinismo, al libero arbitrio dell'uomo ed al caso.

Non è questa la sede, né io ho la preparazione adeguata, per approfondire questi problemi. Chi dà un valore metafisico a questa interpretazione del determinismo fisico o nega il libero arbitrio o deve supporre l'esistenza di interazioni, non facili da precisare, fra mente e materia, o fra il mondo due ed il mondo uno, come in effetti fa Eccles (ricordo che, nel contesto della terminologia introdotta da Popper, il "mondo 1" è il mondo materiale e degli organismi, il "mondo 2" quello della mente umana ed il "mondo 3" è il mondo fatto dall'uomo (e che, a sua volta, ha fatto l'uomo), cioè il mondo della cultura, delle opere d'arte e delle istituzioni).

È noto che la formulazione della teoria quantistica, contro la quale polemizzava Einstein dicendo che Dio non gioca a dadi, ha suscitato un certo interesse in ambienti spiritualisti proprio per il fatto di negare alla base il determinismo "laplaciano" come fondamento della fisica, ritornando invece ad una concezione non troppo lontana dalla tesi epicurea del *clinamen*, riecheggiata dal verso dantesco: "Democrito che 'l mondo a caso pone" (nell'interpretazione, non necessariamente filologica, che potremmo darle nel presente contesto).

L'interesse citato è basato sulla natura intrinsecamente aleatoria, cioè non deterministica, di quella teoria. È però interessante notare che un interesse di natura analoga si è manifestato anche nei riguardi della teoria del caos deterministico. Il motivo di questo fatto richiede, però, qualche chiarimento. Una cosa è il problema del libero arbitrio, in particolare dell'essere umano, la cui esistenza postula che non tutto, nella realtà, sia governato dalle leggi del determinismo, ed altra cosa è la possibilità di formulare delle previsioni attendibili. Queste trovano un ostacolo insormontabile (o insormontabile oggi ma forse superabile domani) in tre tipi di cause diverse.

Una è esplicita nella stessa formulazione di Laplace: l'universo, secondo la sua tesi, è deterministico, ma per valutarne l'evoluzione sarebbe necessario poter disporre di una quantità di informazione e di una capacità di elaborazione di tale informazione decisamente superiori a quelle realisticamente attribuibili all'uomo (anche in un futuro non prossimo, in cui possa giovare di adeguati supporti artificiali): lo stesso Laplace lo dice espressamente: "lo spirito umano offre ... solo un barlume di tale intelligenza": la possibilità di previsioni attendibili è condizionata dalla quantità di informa-

zione da acquisire (correlata alla complessità del sistema che si considera) ed alla velocità di elaborazione (è infatti inutile raggiungere le “previsioni” per via di calcolo dopo che il fatto previsto sia già avvenuto, dato il tempo che il calcolo ha richiesto).

La seconda causa è legata all'ipotesi che il caso abbia veramente un ruolo fondamentale, almeno a certi livelli (e non sia solo un modo di mascherare la nostra incapacità di conoscere quanto necessario per fornire previsioni corrette): la possibilità di previsioni attendibili è condizionata, in tale ipotesi, dalla natura intrinsecamente aleatoria delle leggi che descrivono i fenomeni allo studio, sui quali, nel migliore dei casi, possiamo avere solo indicazioni circa la probabilità delle varie situazioni possibili.

La terza causa, che è quella che qui ci interessa, è una variante della prima: il problema però, in questo caso, non è quello di conoscere un numero troppo elevato di grandezze (come quelle cui si riferiva Laplace) ma quello di conoscerne anche poche ma con una precisione molto spinta. Nel caso del caos deterministico vige pur sempre il determinismo (e quindi, se la realtà fosse governata solo da leggi di questo tipo, non vi sarebbe spazio per il libero arbitrio) ma non è sempre necessario conoscere un numero troppo elevato di grandezze.

A differenza di ciò che avviene in un sistema intrinsecamente stocastico (in cui da una data condizione iniziale possono evolvere traiettorie diverse), qui da ciascuna condizione iniziale evolve una sola traiettoria ma, a differenza di ciò che accade nella maggior parte dei sistemi cui pensava Laplace, da condizioni iniziali anche molto vicine fra loro evolvono traiettorie che possono ben presto scostarsi anche notevolmente l'una dall'altra. In definitiva, siccome la nostra conoscenza delle condizioni iniziali sarà sempre affetta da incertezza, ciò che viene meno non è la rigidità del determinismo del sistema considerato (o, meglio, del suo modello) ma solo la nostra capacità di previsione: il sistema quindi si comporta in un modo che, sulla base delle conoscenze che possiamo averne, non siamo in grado di prevedere.

La differenza fra la situazione dei sistemi deterministici cui pensava Laplace ed il caos deterministico è più sostanziale di quanto possa sembrare a prima vista. Infatti si potrebbe dire che in entrambi i casi è necessaria una quantità di informazione notevolissima, ma nel primo caso l'elevata entità di questa informazione dipende dal gran numero di grandezze da tenere in conto mentre nel secondo caso dipende dalla precisione con la quale è necessario conoscere un numero di grandezze significative che può essere anche piccolo. Così se dalla situazione cui si riferiscono le parole di Laplace, che prende in considerazione l'intero universo, si passa ad un sottosistema caratterizzato da un numero modesto di grandezze e si suppone che tale sistema sia praticamente isolato dal resto dell'universo e non abbia caratteristiche caotiche, la quantità di informazione necessaria per poterne calco-



lare l'evoluzione (in assenza di sollecitazioni o a seguito di specifiche sollecitazioni) rimane piccola e, quindi, consente agevolmente previsioni che rimangano attendibili per un intervallo di tempo assai lungo. Se però il sottosistema che si considera è caotico, anche se in esso figura un numero modesto di grandezze da misurare, la previsione rimane preclusa dalla necessità che si avrebbe di conoscere quelle poche grandezze con una precisione elevatissima affinché la stima dell'evoluzione rimanesse attendibile per un intervallo di tempo ragionevole in rapporto agli scopi per i quali si fanno le previsioni.

L'interesse "filosofico" nei riguardi del caos deterministico non ha dunque grande rilievo nell'ambito della problematica del libero arbitrio ma è notevole nell'ambito di una polemica, di stampo popperiano, contro le teorie (che si considerano "scientifiche" ma Popper giudica metafisiche) che ritengono di poter fare delle previsioni in ordine all'evoluzione di fenomeni socio-economici, quali in particolare quelle di derivazione marxista.

In realtà, a questo proposito, sarebbe utile fare una distinzione: una cosa è dire che un certo modello, che si ritiene adeguato per rappresentare un certo fenomeno, ha le caratteristiche del caos deterministico e, quindi, il "tempo caratteristico" per l'attendibilità di previsioni, a partire da dati affetti da incertezza, può essere troppo piccolo per i fini che ci si propongono, ed altra cosa è invece supporre che qualsiasi comportamento che, allo stato attuale delle nostre conoscenze, risulti imprevedibile debba necessariamente ammettere un modello del tipo di quello del caos deterministico (e quindi sia per sua natura destinato a non consentire la prevedibilità). Potrebbe benissimo essere, infatti, che ci fossero delle cause ancora non note, capaci di dar luogo a comportamenti non troppo sensibili alla imprecisione con la quale, una volta che le si sia individuate, le si possa conoscere e ciò consentirebbe, in futuro, di costruire quei validi modelli predittivi che oggi non siamo in grado di formulare.

### *Domare il caos*

Negli ultimi anni è divenuto un tema alla moda, anche se nella sola letteratura specialistica ed invece con una risonanza molto più modesta sul piano divulgativo, il problema di influenzare un comportamento caotico: per tale problema è stato coniato il nome di "controllo del caos" (ovviamente con il significato che la parola controllo ha in inglese e si riferisce ad un intervento attivo per ottenere il comportamento voluto e non ad una verifica passiva).

Più precisamente si sono presi in considerazione due problemi, quello dell'"anticontrollo" che forza comportamenti caotici in sistemi piuttosto



riottosi ad assumerli (e che ha interessanti applicazioni pratiche ai fini di rendere più efficaci e di risultato più omogeneo processi di miscelazione) ed il problema del vero e proprio “controllo” con il quale si cerca di imporre ad un sistema caotico un comportamento regolare, tipicamente un’oscillazione periodica, di caratteristiche in se stesse più gradite e, comunque, di facile prevedibilità.

Qui ci occuperemo del controllo del caos rilevando, anzitutto, che i fenomeni caotici presentano, per la loro stessa natura, caratteristiche atte a facilitare il conseguimento dell’obiettivo indicato.

Si tratta, tipicamente, di due aspetti del comportamento caotico: il primo è quello per il quale è stata utilizzata evocativamente la denominazione di “eterno ritorno”: se la traiettoria che costituisce l’attrattore si avvolge infinite volte, pur senza mai ritornare su se stessa, in una regione limitata è inevitabile che prima o poi capiti in un punto abbastanza prossimo a quello che interessa (o, più genericamente, che formi un’ansa non troppo diversa da quella corrispondente al moto periodico regolare che si vorrebbe imporre al fenomeno).

La seconda proprietà è proprio quella che contraddistingue il comportamento caotico, e cioè la forte sensibilità alle condizioni iniziali, che comporta, come contropartita, l’esiguità dello sforzo che è necessario esercitare dall’esterno sul sistema caotico per portarlo in una situazione, molto vicina a quella in cui esso si trova e dalla quale evolva una nuova traiettoria più rispondente alle esigenze di chi il controllo esercita.

Per usare una terminologia più tecnica, senza per altro chiarire con precisione il significato delle parole che verranno usate ma affidandoci alla loro suggestione diretta, si può dunque dire che il controllo del caos è fattibile traendo vantaggio dalla sua stessa natura e cioè dalla sensibilità alle condizioni iniziali, dalla transitività topologica e dall’esistenza di infinite orbite instabili. Si realizza così il controllo “locale” anche in assenza di adeguate informazioni sul modello, mediante piccole perturbazioni ed è possibile sfruttare la ricca dinamica del caos per ottenere sistemi notevolmente versatili.

L’intuizione di quello che avviene con il controllo del caos può essere suggerita considerando l’esempio di un sistema, certamente non caotico, ma che presenta alcuni aspetti di interesse anche dal punto di vista dei fenomeni caotici. Si tratta di quel “cerchio” che costituiva un elemento molto frequente nell’arsenale dei giocattoli di bambini delle generazioni precedenti la mia ma con il quale anch’io, nell’infanzia, mi sono trovato a giocare.

Il cerchio, se sta fermo con un diametro verticale, è in una posizione instabile: tende infatti a cadere. Se lo si fa rotolare l’effetto giroscopico lo conserva nella posizione verticale, purché la velocità sia adeguata, ma quando questa diminuisce il cerchio tende a perdere sia la posizione verticale sia la

direzione della sua corsa; può piegare, però, a destra o a sinistra e basta una minima differenza nella condizione in cui si trova quando sta perdendo velocità perché pieghi a destra anziché a sinistra o viceversa. Il gioco consiste nell'inseguire il cerchio toccandolo appena con l'apposita bacchetta, in modo sia da fargli recuperare velocità, sia da correggerne le deviazioni dalla verticale e dalla direzione di marcia.

Il tocco leggero della bacchetta è, in questo caso, il controllo che consegue gli obiettivi di mantenere costante la velocità del cerchio, in modo che il bambino possa non perdere il contatto con il giocattolo che insegue, di mantenerne l'assetto verticale e di impedire che volti a destra o a sinistra (quando ciò non è desiderato): anche in questo caso, dunque, un'azione di controllo di intensità molto modesta (e che non richiede la consapevolezza delle leggi della dinamica, che il bambino forse intuisce ma certo non in modo formale), ottiene che le cose evolvano nel modo "regolare e prevedibile" desiderato, ciò che non si avrebbe senza quei tocchi della bacchetta.

Le tecniche di controllo del caos dischiudono prospettive di grande interesse, non prive di pericoli. Si potrebbe pensare (come si era sperato, ma non si è riusciti a fare, con tecniche diverse) di influenzare i fenomeni meteorologici; si potrebbe cercare di intervenire sulla dinamica di fenomeni economici o socio-economici ... Saprà farlo l'umanità con la necessaria prudenza?

Purtroppo non è lecito estendere la metafora del cerchio al rapporto fra l'atteggiamento ludico e sereno di quel bambino che ero io, molti anni or sono, quando inseguivo il mio cerchio di legno sul selciato un po' sconnesso di campo Santo Stefano, e l'atteggiamento che si può temere non ludico, non sereno ed anzi carico di hybris di chi, domani, pensando di domare il caos, potrà comportarsi come l'apprendista stregone della ballata di Goethe.

## IL COLORE DELLA PORPORA \*

### *Premessa*

In questa nota si cercherà di individuare il colore (o, piuttosto, l'estesa gamma di tinte) al quale ci si riferisce nell'italiano corrente o ci si è riferiti nell'italiano letterario usando la parola "porpora" ed i suoi derivati ("porporino" (agg.) e "porporina" (sost.), "porporato", "purpureo" etc.) e, passando ad usi tecnicizzati del termine, ci si soffermerà su quello adottato, anche internazionalmente, nella cromatica moderna.

Non si tratterà invece, se non per cenni utili ai fini sopra indicati, di quale fosse il colore della porpora degli antichi né si considereranno – ché ne manca a chi scrive la competenza anche se non la curiosità – le questioni linguistiche ed etimologiche legate alla parola "porpora" (dal possibile significato o famiglia di significati dell'aggettivo *porphyreos* e del verbo *porphyrein* in Omero a quelli, in latino, di *purpureus* nei *purpurei olores* di Orazio o nei *bracchia purpurea candidiora nive* del verso attribuito ad Albinovano Pedone; si veda in proposito [1] e la bibliografia ivi citata).

In via preliminare si accenna, però, ad alcune nozioni, relative alla porpora, che si danno per note e che si utilizzano come punti di partenza per le considerazioni successive.

– La sostanza chimica a cui si deve il colore della cosiddetta porpora degli antichi (o porpora di Tiro) è il 6,6'-dibromoindaco, che è uno dei molti derivati alogenati dell'indaco, tutti con formula di struttura simile a quella dello stesso indaco.

– La porpora veniva ottenuta per trasformazione chimica del secreto di vari tipi di molluschi, in particolare *Murex brandaris* (il cui prodotto era di uno "schiutto rosso intenso" [2]) e *Murex trunculus* (il cui prodotto era di un "rosso tendente all'azzurro" (forse la *purpura amethystina* di Plinio) [2]).

– Durante la lavorazione si partiva (cfr. ad es. [3]) da un liquido bianco-giallastro contenente un cromogeno incolore (la *purpurina*) che, sotto l'azione di un fermento (la *purpurasi*) e per effetti (diversi nei due tipi di *Murex*) soprattutto della luce ma in parte anche del calore, assume il suo co-

---

\* In *La porpora. Realtà e immaginario di un colore simbolico. Atti del convegno di studio (Venezia, 24 e 25 ottobre 1996)*, a cura di O. LONGO, Venezia 1998, pp. 53-66.

lore definitivo passando, attraverso numerose trasformazioni, dal citrino ad un verdognolo chiaro, a varie gradazioni di verde fino allo smeraldo; di qui all'azzurro ed al paonazzo prima di assumere la colorazione definitiva [2].

– Per schiumatura delle pentole durante certe fasi della lavorazione si otteneva il cosiddetto falso indaco (falso perché di origine animale e non vegetale) [2]. Il residuo del colorante, fissato su farina fossile, veniva utilizzato per la pittura ed anche per tingere le pergamene dei famosi codici detti, appunto, purpurei [3], in epoca successiva trattati, invece, con una tinta ottenuta mescolando in parti uguali il carminio e l'azzurro.

– Le stoffe colorate con la porpora apparivano di vari colori, da un rosso più cupo e tendente al violetto (talora indicato anche come nero) al rosso vivo; forse di ciò erano causa differenze di lavorazione, forse differenze di molluschi utilizzati, forse differenze di zona geografica. Francesco Redi (1626-1698), peraltro, parla anche di “una sorta di porpora bianca, da Plutarco mentovata” [4]. Una caratteristica tipica di queste stoffe era di apparire cangianti (*chatoyant, moiré*, cfr. [5], citato in [1]); secondo Bartolomeo Bizio (1791-1862) le iridescenze delle stoffe colorate erano dovute alla diffrazione della luce, causata da screpolature del sottile strato di colore sulla fibra del tessuto [2].

– L'Egitto antico, che faceva uso di molti coloranti, non si serviva di quello estratto dai molluschi citati; per l'area del vicino Oriente è stata messa in rilievo [6] l'opposizione fra i termini accadici *argamannu* (lana tinta di porpora di tonalità rossastra) e *takiltu* (lana tinta di porpora violetta o blu); questi termini sono paralleli a quelli ebraici *argaman* (lana tinta rosso porpora) e *tekelet* (lana tinta blu porpora).

– La preparazione della porpora era molto costosa, ciò che da un lato la riservava agli abiti dei ricchi e dei potenti e dall'altro ne stimolava le adulterazioni e le falsificazioni [2]. Nella Roma antica la porpora era simbolo dell'ordine senatorio e di quello equestre: una balza di porpora (*clavus*) sovrapposta alla tunica indicava l'appartenenza al primo dei due ordini se larga (*laticlavium*), al secondo se stretta (*angusticlavium*) [7]. Nell'impero bizantino la porpora era simbolo dell'autorità imperiale, tanto da dar luogo a numerose espressioni connesse a questa come ad esempio *porfirogenito*, titolo spettante ai figli dell'imperatore nati durante il regno del padre, con riferimento alla porpora imperiale da questi indossata o, più probabilmente, al palazzo dove nei primi tempi dell'impero le imperatrici solevano partorire, e che era detto *Porphyra*, con un riferimento alla porpora forse mediato dall'impiego del porfido che, per il suo colore e per il suo nome, alludeva alla porpora ed al potere di cui la porpora era simbolo. Nella Chiesa cattolica la porpora contraddistingue tuttora la dignità cardinalizia (ma è possibile che la necessità di distinguere a prima vista il rosso porpora dei cardinali dal violetto dei vescovi abbia portato ad adottare per l'abito ed il cappello cardinalizio una sfumatura di colore diversa da quella (o più precisamente da quelle) della porpora degli antichi).

– “La tintura di porpora muore col tramonto dell’impero d’Oriente” [2] ma il nome della porpora resta vivo nelle lingue dell’Europa pur acquistando valori cromatici diversi da lingua a lingua e subendo un’evoluzione analoga a quella di molti altri termini riguardanti colori.

*Considerazioni sull’uso della parola italiana “porpora” per designare colori*

È comune esperienza che le sfumature dei colori varino in modo pressoché continuo; la scienza dei colori, cioè la cromatica, è arrivata alla conclusione che le relative sensazioni possano essere caratterizzate da tre parametri: “la tinta”, per la quale distinguiamo, ad esempio, il rosso dal giallo, dal verde, dall’azzurro; la “saturazione”, per la quale distinguiamo, ad esempio, il rosa dal rosso ed il celeste dall’azzurro o dal blu; la “luminosità” al variare della quale, ad esempio, si passa dal bianco al nero attraverso la serie dei grigi.

Le sensazioni cromatiche possono quindi essere associate ai punti di una figura tridimensionale: il cosiddetto “solido dei colori” (piramide o doppia piramide, cubo, cono o doppio cono, semisfera o sfera, cilindro, a seconda delle varie proposte).

Il vocabolario cromatico, anche se ricco, consta necessariamente di un numero finito di termini (anche se sempre accrescibile); questi termini vengono associati a singoli volumi disgiunti nei quali si decompone il solido dei colori (o meglio, più realisticamente, vengono associati a volumi parzialmente sovrapposti, in modo *fuzzy* (o sfumato), cioè con grado di appartenenza variabile da 1 a 0).

La scomposizione del solido dei colori in più sottovolumi è legata alla cultura più che alla fisiologia della visione e, nel fatto, il numero ed i confini di tali sottovolumi, corrispondenti ciascuno ad uno specifico nome di colore, sono diversi da area ad area geografico-culturale, e sono venuti variando nel tempo, anche in rapporto all’evoluzione delle tecniche tintorie.

Venendo, più specificamente, al sottovolume che può corrispondere all’uso della parola italiana “porpora”, da Cielo d’Alcamo (che però nel verso “come se fosse porpore, iscarlato o sciamito” si riferiva alla preziosità della stoffa, più che al colore) fino ad oggi, si può anzitutto osservare che l’inizio del periodo considerato coincide con l’ultima fase di quella civiltà bizantina con il tramonto della quale cessò l’industria della porpora, facendo quindi venir meno un preciso termine di riferimento per il corrispondente colore.

Un’utile guida nel percorso di analisi dei significati di “porpora” in italiano può essere fornita da qualificati vocabolari (sia attenti allo sviluppo storico della lingua, sia orientati alla documentazione dell’uso oggi corrente) con riferimento alle voci “porpora”, “porporino” e “purpureo”.

Nella voce “porpora” dei diversi vocabolari è comune la tendenza a distinguere ciò che si riferisce al colore della sostanza colorante di quel nome e dei tessuti tinti con essa o con i suoi succedanei e ciò che si riferisce all’uso della stessa parola per indicare direttamente un colore non ottenuto per tintura con le sostanze citate e che spesso è apprezzabilmente diverso dal primo.

Il Tommaseo-Bellini [8], con riferimento alla sostanza ottenuta dal secreto di alcuni molluschi, parla di “vivacissimo colore porporino”, alla voce “porporino” dà la definizione “di color porpora” e alla voce “purpureo”, “del colore della porpora”.

Il Battaglia [4] parlando del tessuto usa più volte l’espressione “rosso violaceo” (esteso, per metonimia, a “macchie di colore rosso scuro”) e per la tinta parla ancora di “rosso violaceo” ma, per estensione, anche di qualsiasi varietà di rosso intenso e vivace.

Il Duro [3] parla di “viola rossastro” riferendosi alla sostanza colorante ed alle stoffe, e di “rosso vivo tendente al viola” parlando del colore.

Il Devoto-Oli (per il quale si è fatto riferimento alla prima edizione in due volumi [9]) parla di “viola rossastro” a proposito della sostanza colorante e di “rosso intenso” a proposito del colore.

Lo Zingarelli [10] parla di “sostanza colorante rossa” e usa il termine “vermiglio” per indicare il colore.

Un interessante contributo all’approfondimento dell’indagine può venire dall’analisi delle voci “porporino” e “purpureo”. Come si è detto, il Tommaseo [8] le caratterizza nello stesso modo. Per il Battaglia [4] “porporino” è rosso acceso e vivace, “purpureo” indica, in senso ristretto, ciò che ha una colorazione rosso violacea (appunto quella indicata per la porpora intesa come sostanza colorante) ma, in senso generico, qualsiasi sfumatura di rosso e particolarmente quella dello scarlatto. Da notare l’osservazione che “purpureo” per lo più connota il potere, l’autorità, il prestigio, l’appartenenza a classi elevate o, anche, semplicemente il lusso e la ricchezza.

Vengono citati, per altro, molti altri usi del termine, fra i quali quello letterario per bianchissimo (indotto, come in [4] si chiarisce, da un’errata interpretazione dei *purpurei olores* di Orazio, da tradursi correttamente come cigni splendenti o sfolgoranti; a questo proposito si può rinviare alle considerazioni su “porpora” interpretata come *Glanzwort* e come *Bewegungswort*, anziché come *Farbwort* in [1]. Se ne documentano, inoltre, anche usi nel senso di “livido”, “pesto”, “cianotico”.

Il Duro [3] definisce “porporino” come rosso vivo e “purpureo” di colore porpora.

Il Devoto-Oli [9] parla di colore rosso vivo per entrambi gli aggettivi ma, acutamente, segnala un accento di freschezza nell’uso di “porporino” e una sfumatura di preziosità in quello di “purpureo” (in effetti quando Pari-

ni parla di “purpureo stivaletto” si riferisce ad uno stivaletto elegante, e tutto fa pensare che non avrebbe usato quell’aggettivo per una scarpa dello stesso colore destinata a calzare il piede villan del servo).

Lo Zingarelli [10] definisce “porporino” come “purpureo, vermiglio”; per “purpureo” parla di “colore rosso vivo come la porpora” e per “vermiglio” usa la definizione di “rosso intenso ed acceso”.

Tutto ciò ovviamente, senza soffermarci sui molti altri usi di “purpureo” (documentati soprattutto nel Battaglia) fra i quali anche quello di “vestito di porpora” (come, appunto, i “purpurei tiranni” del Tasso).

Come usi tipici, “porporino” si riferisce alle labbra ed anche alle gote, sia come colorito naturale, segno di buona salute, (tali sono le “fresche rose porporine” del Chiabrera), sia come colorito occasionale assunto per vergogna o anche per pudicizia; il riferimento alla vergogna è più frequente, quello alla pudicizia è richiamato (usando però la parola “porpora”) nel verso manzoniano “spargi la casta porpora / alle donzelle in viso”. “Purpureo” è forse più aulico, più solenne, più suscettibile di usi traslati.

Accanto all’aggettivo “porporino” si vuoi citare anche il sostantivo femminile “porporina” che ha, curiosamente, due significati nettamente distinti. Il più proprio è quello relativo a sostanze coloranti usate per tingere in varie sfumature di rosso (porporina brillante, porporina commerciale). L’altro significato (che in [4] viene citato per primo) è relativo a polveri metalliche finissime (dette anche colori al bronzo) usate per ricoprire con una specie di doratura oggetti di vario tipo; in questo stesso significato si ha anche porporina d’argento (in [4] si cita in proposito un passo di De Pisis).

Da questa breve indagine appare che la parola “porpora”, in italiano, ha una latitudine di valori cromatici piuttosto estesa, che va dal violetto (inteso come colore intermedio fra il rosso e il blu) a varie sfumature con una componente sempre maggiore di rosso, fino ad usi generici in cui indica il rosso, specie se intenso, vivo (vivace), acceso, o anche cupo (aggettivi di cui non è forse facilissimo definire in modo preciso il significato in questi contesti).

Probabilmente, sull’uso di “porpora” come equivalente a “violetto” anche in italiano ha influito l’insieme degli usi della parola inglese *purple*, che si tende a tradurre con “porpora” anche in quei casi in cui il significato di *purple* non si sovrappone esattamente a quello, tradizionale in italiano, di “porpora”.

Negli altri usi in cui indica una sfumatura di rosso o è, genericamente, equivalente a “rosso”, la parola “porpora” da un lato dà, rispetto a “rosso”, la sensazione di un termine più ricercato e letterario, dall’altro, come si è detto, sembra preferita in contesti in cui sia connessa al potere, al prestigio, all’eleganza o alla ricchezza.

Una situazione del genere vale anche per il tedesco, dove *Purpur* – come documentato in [1] – suscita la sensazione di *etwas Feierliches und*



*Erhabenens*. In [1] si cita, fra l'altro, un interessante esperimento eseguito su un centinaio di persone; di fronte alla presentazione di alcuni campioni di tessuto colorato, che includevano quello del manto per l'incoronazione di Elisabetta II prodotto dalla fabbrica di velluti Peltzer, di Krefeld (Renania), uno solo degli intervistati ha usato (appropriatamente) l'espressione "porpora"; di fronte invece ad una fotografia a colori della cerimonia dell'incoronazione di Elisabetta II, che indossava un manto del tessuto e del colore del campione di cui si è detto, alla richiesta di specificare il colore di tale manto nessuno ha esitato a servirsi delle parole *purpurn* o *purpurrot*.

La situazione del francese è analoga; a proposito di *pourpre* vari vocabolari parlano di un rosso *foncé* o di un rosso violaceo.

Più complessa è la situazione per l'inglese. In [1] (pag. 62-65) si dice che in Francia il termine *pourpre* indicava *hochrote Farbtöne*, mentre l'inglese *purple* sembra indicare piuttosto *violette Tönungen*. L'Oxford English Dictionary [11], trattando di *purple* nel senso di nome di un colore, dice che anticamente si trattava di quello della sostanza colorante ottenuta dai noti molluschi gasteropodi, "*actually a crimson*", nel Medio Evo era applicato *vaguely* a diverse sfumature di rosso, oggi a mescolanze di rosso e blu, in varie proporzioni, usualmente contenenti anche nero, o bianco, o entrambi, e che si avvicinano da un lato al *crimson* e dall'altro al *violet*. Si potrebbe aggiungere il richiamo all'uso cui allude il titolo spielberghiano *The Purple Color*, riferito al colore della pelle degli afroamericani. A questo proposito si potrebbe essere tentati da un accostamento con lo spagnolo *morado* che, come nome di colore, indica il viola (in alternativa a *violeta*), e, forse, al francese *mordoré*, che in [3] è definito come "bruno-viola con riflessi dorati" (si veda, anche, quanto si dirà più innanzi a proposito del termine "porpora" in araldica).

Dato che "porpora", in italiano, si riferisce sia ad una particolare tonalità di rosso (che tende al violetto) sia genericamente al rosso, può essere interessante chiudere queste considerazioni con una breve e necessariamente incompleta rassegna delle parole italiane utilizzate per indicare questo colore o sue sfumature.

Si inizierà ricordando che, nel loro noto e spesso citato lavoro [12], Berlin e Kay sostengono che il primo dei colori che l'uomo cominciò a distinguere e per il quale conìò un nome (dopo il bianco ed il nero, legati a sensazioni di luminosità) fu, appunto, il rosso. Ma Martinet [13] (pag. 272 dell'edizione italiana) fa presente che "è verosimile che rosso abbia evocato a lungo più il colore del mattone che quello del papavero: da qui la necessità di termini come *vermiglio* e *scarlatto* per precisare che si trattava di un 'rosso vivo'".

Con queste ultime parole si fa riferimento a coloranti o ad artefatti, insomma a colori artificiali, anziché al colore naturale di un fiore (il papavero



dell'esempio citato) o di altra sostanza pure presente in natura, che è rossa ma che non viene utilizzata per tingere in rosso.

Questo ci induce ad iniziare l'indicazione dei principali nomi del rosso e delle sue sfumature dai coloranti e, precisamente, da quelli che precedono l'introduzione delle sostanze ottenute per sintesi e prodotte industrialmente (le cui denominazioni commerciali fanno parte di gerghi tecnici della pittura, della tintoria, della moda, etc. ma, nella maggioranza dei casi, non sono entrate nell'uso comune).

I coloranti cui si farà cenno sono sia di origine minerale, sia di origine vegetale, sia di origine animale. Fra i primi possiamo ricordare, appunto, l'ocra, nelle sue sfumature dal giallo al rosso, il cinabro, solfuro di mercurio, di colore rosso vermiglio (il cui nome, ben noto agli alchimisti, ci è giunto attraverso il greco *kinnabaris* ed il latino *cinnabari(m)* ma è di origine orientale), ed il minio ( $Pb_3O_4$ ).

Nel campo dei coloranti di origine vegetale, il più importante è quello estratto dalle radici della robbia, che però prende il nome dal rosso (*rubia herba*) anziché darglielo. Una tonalità di rosso (e non il rosso genericamente) indica invece la *garanza*, che però, propriamente, non è che un'altra denominazione della robbia, giuntaci dalla Francia dove la parola *garance* era stata tratta dal francone *wratja*, che è un prestito dal latino *brattea*.

Nel campo dei coloranti di origine animale, accanto alla porpora (chiamata in italiano talora con nomi di uso ancor più letterario ed aulico, quali "ostro" e "puniceo") designavano il rosso i termini "carminio" e "cremisi" (entrambi, ma il primo non senza influenza di "minio", dall'arabo *qirmizi*), il "cocco", termine usato anche da Dante, ed il "vermiglio" (dal latino *vermiculus*, attraverso il provenzale *vermelh*), tutti legati al colore fornito dall'essiccamento del corpo delle femmine di alcuni tipi di cocciniglia (fra i quali il *Coccus cacti* ed il *Coccus ilicis*, detto anche *Kermes ilicis*, con termine del latino scientifico formato sul già citato *qirmizi*); il principio colorante di questa sostanza è l'acido carminico, che è un derivato dell'antrachinone.

Un'altra serie di nomi del rosso deriva da tessuti particolari, di alto pregio, che venivano generalmente tinti in rosso (con porpora o con coloranti derivati dalle cocciniglie). Tipico è il caso dello scarlatto, il cui nome è l'adattamento italiano del persiano *saqirlat*, a sua volta adattamento di un termine bizantino che veniva dal latino *textu(m) sigillatu(m)*. Caduto in disuso (sia nel senso proprio di nome di tessuto, sia per indicare il rosso) è, invece, "sciamito", dal greco *examitos*, tessuto a sei licci, per drappi di seta pesante, generalmente tinti in varie sfumature di rosso.

Altri nomi del rosso o, meglio, di sue sfumature, usati appositivamente o, anche assolutamente, derivano da cose rosse non usate per tingere. E il caso di "amaranto", pianta erbacea, di *bordeaux/bordò*, tipico vino francese, di "granata" (dal colore dei semi della mela granata, che ha dato il nome anche ai granati, minerali), di "rubino". Altri termini hanno uso solo appo-

sitivo: rosso ciliegia, rosso papavero, rosso sangue etc. A sfumature particolari, ormai lontane da quello che potremmo chiamare il rosso centrale (cui però si riavvicinano in certi usi particolari), fanno riferimento gli aggettivi “paonazzo” e *ponceau*/“ponsò”, entrambi legati al nome del pavone perché i corrispondenti colori sono rintracciabili nella sua variopinta coda.

Inesauribile fonte di denominazioni talora effimere è la moda. A questa categoria potrebbe essere aggregato l’aggettivo “sanguigno”, che ai tempi di Dante (che se ne serve) era un termine tecnico della tintoria. Fra gli altri nomi legati alla moda ci si limiterà a ricordare “magenta” e “solferino”, entrambi entrati nell’uso dal 1859 con riferimento alle battaglie omonime della campagna lombarda di quell’anno. Il “magenta” viene definito un colore porpora carico e sarebbe legato al colore dei pantaloni degli zuavi di Napoleone III. Il “solferino” viene indicato come un colore più chiaro (“rosso vicino ad un rosa molto acceso”). Evidentemente “solferino” era sentito come una sfumatura diversa da “magenta” (e che quindi richiedeva un nome differente) ma vicina ad esso (e che quindi poteva legittimamente essere designato con un nome immediatamente collegabile a quello (della battaglia) di Magenta, come appunto il nome della battaglia di Solferino). Questa, come è noto, impegnò l’esercito imperiale francese mentre quello regio sardo era impegnato a San Martino: quindi in Francia, patria delle mode, la battaglia di Solferino ebbe una notorietà ben più vasta di quella di San Martino che nella tradizione italiana le è indissolubilmente associata.

A proposito di questi due cromonimi è opportuno però notare che per “magenta” (e non per “solferino”) si è venuto precisando un uso tecnicizzato nel campo della colorimetria e della tipografia a colori, nel significato di colore complementare del verde (centrale).

### *Usi tecnicizzati della parola “porpora”*

Si ricordano, ma non si analizzano in dettaglio, gli usi specializzati della parola “porpora” (o di suoi derivati) introdotti nella medicina popolare e spesso passati anche alla medicina scientifica con riferimento a patologie caratterizzate da arrossamenti più o meno vivaci.

Brevemente si parlerà anche dell’uso tecnicizzato della parola *porpora* in araldica, dove essa designa uno dei cinque colori (rosso, azzurro, verde, nero e, appunto, porpora) che, con i due metalli (oro e argento), costituiscono i sette smalti principali (cui più tardi si sono aggiunti altri colori, comunque meno diffusi, quali il lionato, il cannellato o tanné, l’aranciato e il sanguigno).

L’evidente necessità di distinguere nettamente i colori araldici l’uno dall’altro ha portato ad attribuire alla porpora un colore violetto, sentito come equidistante fra il rosso e l’azzurro; in effetti nell’araldica italiana la por-

pura viene anche chiamata “violato” (nell’araldica spagnola si usa il termine *morado*, ed in proposito, ricollegandoci ad un’osservazione fatta in precedenza, viene acconcio osservare che – forse anche in rapporto ad un’interpretazione di *morado* – negli antichi stemmari tedeschi, per blasonare il colore araldico chiamato in italiano “porpora”, si usava la parola *braun*).

Sempre con riferimento ad usi specialistici, maggiore spazio si desidera dedicare all’uso tecnicizzato del termine “porpora” nella moderna teoria dei colori.

Si inizierà con qualche considerazione sull’ordinamento lineare e su quello ciclico delle luci colorate monocromatiche (cioè di una ben determinata lunghezza d’onda) e delle relative sensazioni cromatiche.

La fisica porta naturalmente ad adottare un ordinamento lineare: quello legato alle lunghezze d’onda; questo nel campo del visibile ha ai suoi estremi il rosso (che risulta adiacente, fuori dello spettro visibile, all’infra-rosso) ed il violetto (che risulta invece adiacente, sempre fuori dello spettro visibile, all’ultravioletto). Rosso e violetto, quindi, da questo punto di vista, non risultano vicini ma, anzi, si trovano agli estremi opposti dello spettro visibile.

Se invece si prendono in considerazione le sensazioni cromatiche si è portati ad adottare un ordinamento ciclico in cui il violetto appare intermedio fra il rosso ed il blu, praticamente nello stesso modo in cui l’arancione è intermedio fra il rosso ed il giallo. E, difatti, i settori del disco di Newton che corrispondono a ciascuno dei sette colori da lui, più o meno arbitrariamente, individuati nello spettro solare formano un cerchio completo nel quale il settore del rosso confina da un lato con quello del violetto e dall’altro con quello dell’arancione.

C’è però da aggiungere che la grande maggioranza delle nostre sensazioni cromatiche non deriva da luci monocromatiche o da combinazioni di due (o, comunque, poche) luci monocromatiche, che danno luogo ad uno spettro discreto (a righe), ma da luci con spettro continuo, anche se molti di questi spettri continui risultano metamericici (cioè danno luogo alla medesima sensazione cromatica) di spettri a due o tre righe.

Prescindendo dalla luminosità e, quindi, tenendo conto solo della tinta e della saturazione, le sensazioni cromatiche possono essere messe in corrispondenza ai punti di una figura piana. Ciò può essere fatto in molti modi e le figure piane preferite sono il cerchio ed il triangolo. Se, però, si desidera che le sensazioni corrispondenti ai punti di un segmento di retta possano essere suscitate combinando le due luci (non necessariamente monocromatiche) corrispondenti agli estremi del segmento (ciascuna con intensità proporzionale alla distanza del punto interno dall’altro estremo), ciò comporta dei vincoli che rendono molto meno arbitraria la scelta della figura, in particolare se si vuole, inoltre, che ciò valga per qualsiasi segmento.

Combinando con criteri analoghi tre luci che danno luogo a sensazioni

corrispondenti a tre punti non allineati, si otterranno tutte le sensazioni corrispondenti ai punti interni del triangolo i cui vertici sono relativi alle sensazioni suscitate dalle tre luci in questione.

Se le tre luci sono monocromatiche (per esempio un rosso, un verde ed un blu: triangoli RGB, dalle iniziali delle corrispondenti parole inglesi), ai punti interni del triangolo non corrispondono le sensazioni suscitate dalle altre luci monocromatiche dello spettro.

Scegliendo però opportunamente le tre luci (che risulteranno in tal caso a spettro continuo) alle quali sono associate le sensazioni cui si fanno corrispondere i vertici del triangolo, si può fare in modo che punti interni di questo corrispondano a tutte le sensazioni di colori metamerici di quelli di tutte le luci monocromatiche (cioè a spettro costituito da una sola riga) dello spettro visibile.

Una scelta del tipo indicato è quella che porta al triangolo rettangolo isoscele disegnato a tratto più spesso nella Figura 1 (ripresa da [14], pag. 140; per indicazioni più approfondite si rinvia a [15]).

I punti del triangolo hanno come ascissa l'intensità della luce a spettro continuo che dà una sensazione di rosso corrispondente al vertice a destra in basso (di ascissa, appunto, 1); hanno come ordinata l'intensità della luce a spettro continuo che dà una sensazione di verde corrispondente al vertice a sinistra in alto di ordinata, appunto, 1. Per tutti i punti del triangolo la somma di queste due intensità è minore o al più uguale ad 1; la differenza da 1 di tale somma fornisce automaticamente l'intensità della luce a spettro continuo che dà una sensazione di blu (quando si ha solo questa, ad intensità unitaria, si è quindi sul vertice a sinistra in basso del triangolo rettangolo, di ascissa 0 e ordinata 0).

Ogni punto interno al triangolo rettangolo corrisponde quindi ad una ben definita combinazione delle tre luci a spettro continuo considerate, con somma di intensità uguale ad 1. La sensazione cromatica dovuta a tale combinazione è però equivalente a quella fornita da combinazioni di altre luci (anche a spettro a righe) che vengono dette metameriche della combinazione considerata.

Nella figura l'insieme dei punti che corrispondono alle sensazioni date direttamente dalle singole luci monocromatiche dello spettro ha una forma, più o meno, a campana e viene detta linea spettrale; più precisamente in Figura 1 è riportato solo l'arco della linea spettrale completa che corrisponde alle luci di lunghezza d'onda comprese fra poco meno di 430 e circa 700 nm.

La linea spettrale non è un segmento di retta (ciò che giustificherebbe la scelta di un ordinamento lineare) ma non è neppure una curva completamente chiusa (ciò che giustificherebbe la scelta di un ordinamento ciclico); la linea potrebbe essere definita "quasi chiusa", nel senso che i suoi estremi sono punti abbastanza vicini fra loro (e, comunque, più vicini fra loro di quanto ciascuno di essi lo sia rispetto a molti altri punti della linea spettrale).

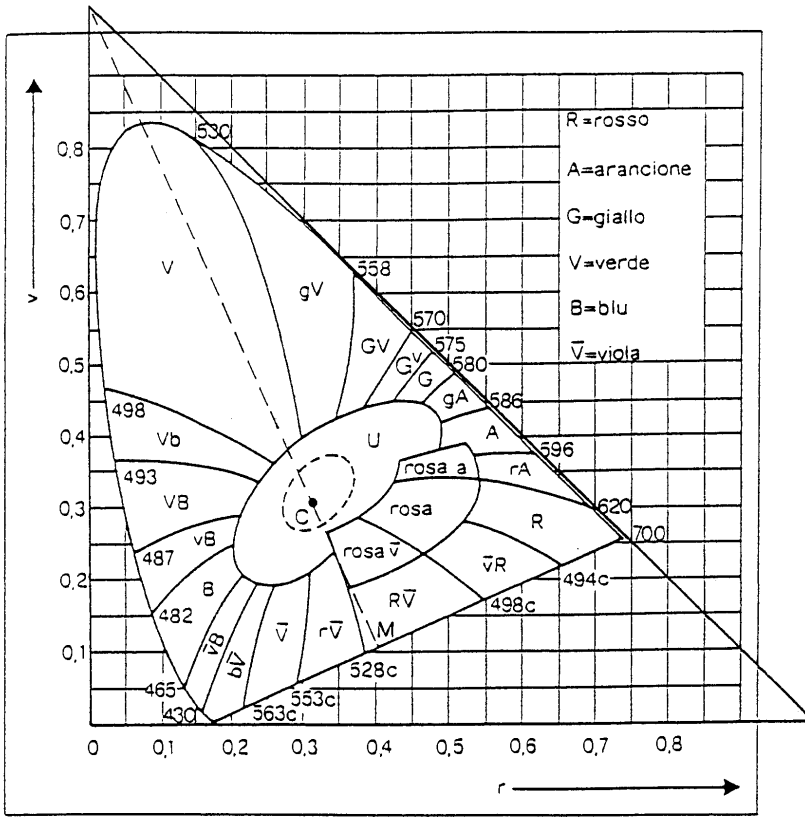


FIG. 1

La “chiusura” completa, sul piano dei punti corrispondenti alle sensazioni cromatiche, si ha con il segmento che costituisce il bordo inferiore della “campana” (che in realtà ha piuttosto la forma di un campanaccio!). Tale linea include tutte le sensazioni che si possono ottenere combinando in proporzioni diverse le luci monocromatiche corrispondenti ai due estremi della linea spettrale considerati, i quali danno luogo, evidentemente, a sensazioni cromatiche apprezzabilmente diverse (a differenza di quanto farebbe pensare il disco di Newton o, meglio, una sua interpretazione ... anti-newtonianamente ondulatoria, cfr. [16]).

La linea di chiusura di cui si è detto è stata denominata *linea delle porpore*, attribuendo quindi alla parola “porpora” un significato tecnicizzato ben preciso, relativo a sensazioni (diverse fra loro) non suscetibili da nessuna luce monocromatica ma ottenibili combinando in tutte le proporzioni

possibili (da 0 ad 1) la luce monocromatica corrispondente all'estremo rosso della linea spettrale con la luce monocromatica corrispondente all'estremo violetto.

Nella terminologia tecnica internazionale colori corrispondenti ai punti del segmento di retta considerato vengono tutti chiamati *porpore* e sono spesso contrassegnati dalla lunghezza d'onda della luce spettrale monocromatica complementare (come appunto fatto in Figura 1, dove tale lunghezza d'onda è seguita dalla lettera *c*).

Più precisamente, il punto corrispondente alla sensazione provocata dalla luce monocromatica complementare di una porpora è quello che si trova sulla linea spettrale, alla intersezione con la retta che passa per il punto corrispondente alla porpora in questione e per il punto C, il cosiddetto "illuminante" C.I.E., cioè della *Commission International d'Éclairage*, prossimo al punto di bianco che corrisponde al centro del triangolo rettangolo isoscele all'interno del quale risultano sia la linea spettrale sia quella delle porpore.

Come si può facilmente desumere dalla figura, ciascun punto della linea delle porpore ha come complementare un punto sulla linea spettrale ma non è vero il contrario, in quanto i punti di ciascuno degli archi della linea spettrale compresi fra un suo estremo ed il punto in cui essa viene intersecata dalla retta passante per l'altro estremo e per C, risultano complementari di punti dell'altro arco estremo della linea spettrale. Il punto M della linea delle porpore che appartiene alla retta passante per il vertice in alto a sinistra del triangolo rettangolo isoscele e per il punto C ha come complementare un verde centrale, corrispondente all'intersezione della stessa retta con la linea spettrale. Tale punto della linea delle porpore viene denominato "magenta", attribuendo così a questa parola, nata con una certa inevitabile indeterminatezza nel campo della moda, un valore tecnicizzato ben definito. È il caso di ricordare che il segmento definito come linea delle porpore da alcuni viene chiamato linea delle porpore e dei magenta, associando il nome "porpora" alle sensazioni cromatiche corrispondenti ai punti sulla parte sinistra di detto segmento e il nome "magenta" alle sensazioni associate ai punti appartenenti alla parte destra del segmento stesso.

Per concludere si può osservare che l'uso specialistico del termine "porpora" nel campo considerato risulta, se non completamente coerente, almeno accettabilmente omogeneo sia con quanto si sa del colore della porpora degli antichi sia con molti degli usi della parola "porpora" in italiano, anche se ovviamente viene a perdere le suggestioni che lo legano al potere, all'autorità ed al prestigio, quasi mai disgiunte, almeno in italiano, dagli usi della parola considerata.

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] H. GIPPER, *Purpur - Weg und Leistung eines umstrittenen Farbworts*, "Glotta", 42, 1964, pp. 39-69.
- [2] F.M. FALES-O. LONGO-F. GHIRETTI, *La porpora degli antichi e la sua riscoperta ad opera di Bartolomeo Bizio*, "Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti", Classe di scienze morali, lettere ed arti, CLI, 1992-93, pp. 825-886.
- [3] *Vocabolario della Lingua Italiana*, vol. III\*\*, Istituto della Enciclopedia Italiana, Roma, 1991 (*sub voce: Porpora*).
- [4] S. BATTAGLIA, *Grande Dizionario della Lingua Italiana*, vol. XIII, Torino, 1986 (*sub voce: Porpora*).
- [5] L. DEROY, *A propos du nom de la pourpre - Le vrai sens des adjectifs homériques porphyreos et haliporphyros*, "Les Etudes Classiques", 16, 1948, pp. 3-10.
- [6] B. LANDSBERGER, *Über Farben im Sumerisch-Akkadischen*, "Journal of Cuneiform Studies", 21, 1967, pp. 139-173.
- [7] *Enciclopedia Italiana*, vol. XXVII, Istituto dell'Enciclopedia Italiana, Roma, 1935, 1949 (*sub voce: Porpora*).
- [8] N. TOMMASEO-B. BELLINI, *Dizionario della Lingua Italiana*, Milano, 1977 (ristampa anastatica dell'edizione originale, Torino, 1865-1879) (*sub voce: Porpora*).
- [9] G. DEVOTO-C.C. OLI, *Vocabolario Illustrato della Lingua Italiana*, Milano, 1967.
- [10] N. ZINGARELLI, *Vocabolario della Lingua Italiana*, Bologna, 1984<sup>11</sup>.
- [11] *The Oxford English Dictionary*, Oxford, 1989.
- [12] B. BERLIN-P. KAY, *Basic Color Terms*, Berkeley-Los Angeles, 1969.
- [13] A. MARTINET, *Des steppes aux océans. L'Indo-européen et les "Indo-européens"*, Paris, 1986 (trad. it.: *L'Indoeuropeo. Lingua, Popoli, Culture*, Bari, 1987).
- [14] A. FROVA, *Luce Colore Visione*, Roma, 1984.
- [15] G. WYSZECKI, W. STILES, *Color Science: Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae*, New York, 1982<sup>2</sup>.
- [16] A. LEPSCHY, *Colori e suoni. Divagazioni sul cerchio dei colori di Newton*, "Rendiconti dell'Istituto Lombardo" (Scienze Chimiche e Fisiche. Geologiche, Biologiche e Mediche) B, 127, 1993, fasc. L 1994, pp. 129-142.





## LE DIMENSIONI DEL TEMPO \*

### *Premessa*

È certo giusto e comprensibile che chi si dedica all'attività di ricerca tragga motivi di soddisfazione dai risultati che egli stesso ha conseguito. La ricerca scientifica, però, è sempre stata – ed oggi lo è più che mai – impresa collettiva che coinvolge più generazioni di studiosi, ciascuno dei quali si deve impegnare anche a formare e selezionare altre persone che si dedichino a far progredire ulteriormente le indagini avviate. È quindi legittimo che, oltre che dei propri risultati, ci si possa compiacere anche di quelli di coloro che si è contribuito<sup>1</sup> ad inserire nel mondo della ricerca.

Considero quindi lecito citare il mio compiacimento per il rilievo dei risultati ottenuti da persone che ho avuto la fortuna di conoscere e, in qual-

---

\* In «Atti dell'IVSLA», 159 (2000-01), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, pp. 279-289.

<sup>1</sup> Questo contributo può avere aspetti diversi. Certamente giova mettere a disposizione di chi si avvia sulla strada della ricerca l'esperienza maturata da chi su questa strada si è già inoltrato e, specialmente all'inizio, suggerire ai più giovani temi interessanti su cui cimentarsi. Giova però anche il far presenti le “regole del gioco”, quale ad esempio quella secondo la quale, quando si scrive un lavoro scientifico, non è sufficiente che ne sia possibile un'interpretazione corretta ma è necessario che non ne siano possibili interpretazioni diverse da quella voluta. Ed inoltre possono anche esser utili, se date in modo opportuno, indicazioni di più basso profilo, quali per esempio quelle relative all'oculato compromesso fra il tener conto dell'austero motto di Gauss: *Pauca sed matura* e l'attemersi all'imperativo – oggi fin troppo seguito – del *Publish or perish*, o anche consistenti nel far presente che sono certo importanti – per giovarci dei termini del noto *calembour* – il *savoir* ed il *faire* ma che, in molte circostanze, non è da sottovalutare l'efficacia del *savoir faire* e, soprattutto, quella del *faire savoir*; purché non si esageri, ciò che potrebbe portare ad effetti controproducenti. Ovviamente tutte queste son cose che hanno un senso ed un valore, solo se utilizzate a favore di persone obiettivamente valide che, all'occasione, sarà anche opportuno saper difendere contro eventuali prepotenze ed angherie di altri, consentendo loro di conseguire meritati obiettivi. Se, invece, gli stessi mezzi saranno stati usati a vantaggio di persone mediocri, consentendone l'affermazione (inevitabilmente a scapito di altri più meritevoli), l'aver dato quei suggerimenti e l'aver esercitato quelle pressioni non costituirà certo un titolo meritorio e potrà esser motivo di vanto solo in quanti si compiacciono di aver emulato Caligola, che aveva fatto senatore il proprio cavallo.

che misura, di sostenere nella loro carriera, e tanto più quando – segno evidente della validità della mia decisione di appoggiarle per quanto mi fosse possibile – tali successi non sono stati ottenuti su un tema suggerito da me (o emerso da un lavoro preparatorio cui abbia partecipato personalmente) ma sono stati frutto esclusivo della loro inventiva e del loro ingegno.

Fra i campi di studio sviluppati o promossi da persone cui la buona sorte mi ha consentito di essere vicino, uno particolarmente valido e fecondo è stato quello che concerne i sistemi dinamici multidimensionali, nell'ambito del cui studio hanno acquisito ampia risonanza internazionale i lavori pionieristici prodotti dal gruppo guidato da Giovanni Marchesini. Nella letteratura internazionale pertinente il "*Fornasini - Marchesini Model*" continua ad essere apprezzato e citato e mi fa particolare piacere ricordare che i risultati più significativi ottenuti fino al 1994 in questo filone, per altro tuttora fecondo di validi conseguimenti, sono stati raccolti in una delle Memorie<sup>2</sup> della Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali del nostro Istituto.

Mi è quindi particolarmente gradito cogliere l'occasione di questa nota per rendere omaggio agli amici di cui dicevo, ribadendo il mio apprezzamento per i loro contributi al filone di studi di cui qui cerco di mettere in evidenza alcuni aspetti di carattere interdisciplinare.

### *Qualche cenno sui sistemi dinamici multidimensionali*

In molti campi della scienza un obiettivo importante è quello di rappresentare matematicamente il modo in cui un fenomeno evolve nel tempo e si distribuisce nello spazio.

In termini intuitivi ed inevitabilmente un po' grossolani si può dire che una differenza sostanziale fra il comportamento rispetto al tempo e quello rispetto allo spazio è legata alla cosiddetta "freccia del tempo".

Se, infatti, si pensa di sollecitare un sistema in un determinato istante, gli effetti di questa sollecitazione riguarderanno solo il futuro (e non anche il passato) rispetto all'istante nel quale la sollecitazione è stata applicata.

Generalmente ciò non avviene, invece, nel caso dello spazio: se, ad esempio, si considera una barra metallica e si suppone di riscaldarla in un

---

<sup>2</sup> Cfr. M. BISIACCO-E. FORNASINI-G. MARCHESINI-M.E. VALCHER-S. ZAMPIERI, *Modelli Dinamici Multidimensionali*, Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Memorie della Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali, volume XXXV, 1994 (pp. X + 297). Il volume, oltre a riportare adeguati riferimenti bibliografici in corrispondenza a ciascun capitolo, si conclude con l'elenco completo (113 voci) dei contributi al tema degli autori del volume, pubblicati dal 1974 al 1994.

suo punto intermedio, il calore si propaga al resto della barra da entrambi i lati rispetto al punto in cui è stata applicata la sorgente di calore ed in condizioni di omogeneità non si ha differenza fra ciò che avviene a destra e ciò che avviene a sinistra di quel punto. Così, se si getta un sasso in uno stagno, la perturbazione si propaga dal punto in cui esso è caduto in tutte le direzioni.

La *teoria dei sistemi dinamici*, nella sua formulazione più elementare, si occupa dell'evoluzione nel tempo dei fenomeni che hanno luogo, a partire da un dato istante, per effetto dello stato "iniziale" del sistema e/o per effetto di sollecitazioni applicate. In questo caso si parla di sistemi unidimensionali (o, in sigla, 1-D) facendo appunto riferimento alla dimensionalità della variabile indipendente (il tempo) in funzione della quale si descrive l'andamento del fenomeno.

Il tipo di strumento formale adottato per l'analisi dei sistemi dinamici 1-D (nell'accezione elementare di cui si è detto e cioè per determinarne il comportamento "futuro"), non si presta direttamente allo studio di come gli effetti di una sollecitazione si distribuiscano nello spazio, che nella situazione generica, come appunto si diceva, non è caratterizzato da una "freccia".

Vi sono tuttavia dei casi, anche di notevole interesse pratico, nei quali una coordinata spaziale presenta una "direzionalità". L'esempio più spesso citato è quello di un corso d'acqua nel quale – analogamente a come, rispetto al tempo, solo ciò che è avvenuto "prima" può influenzare ciò che avverrà "dopo" – solo ciò che è "a monte" può influenzare ciò che è "a valle", e ben lo sapeva l'agnello della favola di Fedro che obiettava al lupo, il quale *superior stabat* e ciò non di meno lo accusava di intorbidargli l'acqua: "*Qui possum, quaeso, facere quod quaeris, lupe? A te decurrit ad meos haustus liquor*".

In casi di questo tipo è quindi possibile utilizzare una generalizzazione dei metodi per lo studio di come un fenomeno evolve nel tempo a partire da una data situazione iniziale, anche ai fini di descrivere come il fenomeno si manifesta nello spazio.

Un caso tipico è quello in cui si analizzano le conseguenze dell'immissione di un inquinante in un fiume in corrispondenza ad una data sezione, determinando sia l'evoluzione temporale del fenomeno in ciascuna sezione a valle di quella di perturbazione sia, in ciascun istante, la distribuzione spaziale del fenomeno. Altri interessanti esempi, sostanzialmente analoghi, possono essere relativi alla modellizzazione della diffusione di un tracciante nei vasi sanguigni, nel contesto di un esperimento diagnostico, o a quella del traffico su una carreggiata autostradale.

In questo caso si parla di sistemi 2-D. Per essi l'esempio del corso d'acqua è uno dei più suggestivi ma non certo l'unico di interesse pratico in rapporto all'impiego delle metodologie considerate che costituiscono l'estensione (non ovvia e non immediata) al caso di due dimensioni (quella tempo-

rale e quella spaziale) di metodi nati per lo studio dei fenomeni nei quali interessa solo l'evoluzione (unidimensionale) nel tempo.

Per limitarci ad un cenno sui problemi che in tal caso si pongono, basterà qui ricordare la nozione che, nell'ambito considerato, generalizza quella di "passato" (rispetto al tempo) o di "a monte" (rispetto allo spazio).

Nel caso unidimensionale, considerato un dato evento, ciascun altro evento appartiene al passato o al futuro del primo. Nel caso bidimensionale, invece, ogni evento avviene in un determinato istante di tempo ed in un determinato punto lungo la coordinata spaziale e l'insieme di coppie di istanti e punti che corrispondono direttamente ed in modo ovvio all'insieme di tutti gli eventi del "passato" (del caso unidimensionale) è costituita dagli eventi precedenti nel tempo ed a monte nello spazio; analogamente l'insieme di tutti gli eventi del "futuro" (sempre del caso unidimensionale) è formato dagli eventi che hanno luogo in istanti successivi ed in punti a valle. È però immediato constatare che questi due (sotto)insiemi non esauriscono l'intero insieme degli eventi, in quanto ne restano esclusi gli eventi che si manifestano in un istante precedente ma in un punto a valle, oppure in un istante successivo ma in un punto a monte.

In altri termini si può dire che, pur ammettendo anche per la coordinata spaziale la "freccia" da monte a valle, così come si ha per quella temporale la freccia dal passato al futuro, non è possibile trasportare direttamente l'ordinamento completo, implicato dalle "freccie" considerate, dal caso unidimensionale a quello 2-D.

### *Il tempo bidimensionale*

L'esempio finora considerato è relativo al caso in cui le due variabili indipendenti, in funzione delle quali vengono espressi i valori delle grandezze di interesse, sono relative una al tempo e l'altra allo spazio.

Se si volesse studiare l'evoluzione delle grandezze significative del sistema non solo nel tempo ed in una dimensione spaziale ma anche in un'altra dimensione spaziale (distribuzione dei fenomeni su una superficie) o in tutte e tre le dimensioni dello spazio ordinario, si avrebbero sistemi 3-D e, rispettivamente, 4-D e l'ulteriore estensione ai sistemi n-D, oltre ad essere ovviamente possibile, è anche non priva di interesse in molti problemi concreti, ancorché foriera di sempre nuove difficoltà concettuali.

Con questo, però, non si vuol dire che per il tempo si possa utilizzare solo una delle dimensioni della variabile indipendente, riservando le altre allo spazio (o eventualmente ad altri parametri in funzione dei quali si ritenga utile esprimere le grandezze di interesse).

Infatti il tempo, che nella nostra "intuizione" fisica è unidimensionale, nello studio dei sistemi dinamici appare sotto due diversi aspetti che posso-

no giustificare o addirittura richiedere l'utilizzazione di due dimensioni distinte della variabile indipendente.

In questa sede ritengo preferibile evitare le formalizzazioni che consentirebbero di presentare il problema in modo preciso, ricorrendo invece a suggerimenti di tipo intuitivo.

Consideriamo il caso di un sistema dinamico particolarmente semplice, quale è ad esempio un pendolo piano con attrito non trascurabile.

Supponiamo inoltre che, in un dato istante che assumeremo come iniziale, esso sia in condizioni di equilibrio stabile, cioè fermo e con il baricentro del peso esattamente sulla verticale passante per il punto di sospensione (ed al di sotto di tale punto). Se, nell'istante di cui si è detto, lo si sollecita con una lieve percossa, esso inizia ad oscillare e le sue oscillazioni, data l'ipotesi sugli attriti, tenderanno a smorzarsi rapidamente.

Il moto del pendolo è caratterizzato, in ogni istante, dalla sua posizione (rispetto a quella di equilibrio) e dalla sua velocità. Dalle equazioni del moto si vede che tali grandezze (dette, in gergo tecnico, *fasi* o anche componenti del *vettore di stato*) assumono un valore che dipende (a parità di intensità della sollecitazione, supposta istantanea) dall'istante in cui è stata applicata la sollecitazione in oggetto e da quello in cui si vogliono determinare posizione e velocità.

Riferendoci, per semplicità, al caso in cui le leggi di moto sono descritte in maniera accettabile da un modello *lineare* possiamo dire che, se tale modello è a *parametri costanti nel tempo* e cioè la lunghezza del pendolo, il momento d'inerzia ed il coefficiente d'attrito rimangono costanti, le due fasi, in ciascun istante, dipendono dalla differenza fra tale istante e quello di applicazione della percossa.

La situazione, però, non è più in questi termini se si ha a che fare con sistemi a parametri variabili (nel tempo): in tal caso è indispensabile, per il problema che si è considerato, conoscere (oltre alle equazioni che descrivono la variazione nel tempo dei parametri caratterizzanti il sistema allo studio) sia l'istante in cui si è applicata al pendolo la percossa che lo ha spostato dallo stato di equilibrio, sia l'istante in cui si vogliono determinare la posizione e la velocità, mentre non è più sufficiente conoscere solo la differenza fra questi due istanti.

In situazioni di questo tipo (che in molti campi della tecnica sono di notevolissimo rilievo e non corrispondono affatto ad *exempla ficta*), si ha veramente a che fare con due diverse variabili temporali, in ciascuna delle quali si manifesta la "freccia" (dal passato verso il futuro).

Questo aspetto del comportamento dei sistemi a *parametri variabili nel tempo* (o, come spesso si dice, adattando in italiano l'espressione inglese, *tempo-varianti*) era noto da prima che fosse stata sviluppata la teoria dei sistemi 2-D ed era stato affrontato con strumenti analitici diversi; ciò non di meno l'impiego della teoria dei sistemi 2-D ha fornito uno strumento molto

valido anche per lo studio della dinamica dei sistemi tempo-varianti oltre che di quella dei sistemi in cui le due variabili sono entrambe spaziali e di quella (facendo riferimento alla quale si è introdotta, in questa nota, la nozione dei sistemi 2-D) che si ha quando una delle variabili è temporale e l'altra spaziale.

Non è qui il caso di aggiungere altro a questi brevissimi cenni a proposito degli obiettivi e dei metodi della teoria citata. Si ritiene invece non privo di interesse svolgere alcune considerazioni di carattere interdisciplinare intese a mostrare come i concetti cui si è fatto riferimento abbiano dei corrispettivi interessanti nelle scienze umane (anche se per tali corrispettivi non si può certo pretendere di poter facilmente ottenere modelli matematici come quelli che hanno trovato largo impiego nei campi della fisica e della tecnologia).

*Interpretazione della bidimensionalità del tempo nel campo dei saperi dell'uomo e della società*

In ritratti del Rinascimento (ma anche posteriori) non è raro trovare una scritta di intitolazione e datazione, spesso in latino, che – per quanto concerne le indicazioni temporali – può essere duplice precisando sia l'anno dell'era cristiana sia quello che corrisponde all'età del soggetto rappresentato; per esempio Albrecht Dürer, in un ritratto del 1526, appone la scritta sintetica: *Hieronimus Holzschuer - Anno Dōni 1526 - Etatis sue 52* ed in un altro ritratto dello stesso anno quella, più articolata, *Effigies Iacobi Muffel - Aetatis suae LV - Salutis vero MDXXVI*.

Queste indicazioni non sono usate solo nella ritrattistica ma anche in campo letterario; mi limiterò, in proposito, a citare l'esempio – relativamente vicino a noi – di Benedetto Croce, che sapeva unire la dottrina dei contenuti all'eleganza della forma (ancorché possa apparire quasi blasfemo usare un'espressione di questo tipo a proposito di un filosofo che nella sua estetica tanto ha detto contro la tradizionale distinzione fra forma e contenuto). Nelle sue *Storie e Leggende Napoletane*<sup>3</sup>, libro di gradevolissima lettura, parlando di Alfonso d'Aragona, dice: *Alfonso spirò il 27 giugno del 1458, nell'età sua di sessantaquattro anni e sette mesi*.

Possiamo certamente ammettere che questa precisazione sia motivata dal desiderio di rifarsi ad un modo di esprimersi d'altri tempi, adatto al clima rievocativo del libro e forse anche a stilemi in uso ai tempi del perso-

<sup>3</sup> Il volume è stato pubblicato per la prima volta nel 1919, riedito più volte e, di recente, da Adelphi (Milano 1999); la citazione è tratta dal capitolo su Lucrezia d'Alagno (pp. 89-120 nella edizione Adelphi) e precisamente da pagina 111.

naggio. E tuttavia può esser lecito domandarsi se, in questo caso in cui si è già parlato a lungo di Alfonso e se ne può quindi dar nota la data di nascita, così come in molti altri casi simili, si tratti veramente di una ridondanza (come lo è per chi, appunto, conosce la data di nascita di Alfonso e quindi sa calcolare quanti anni avesse nel 1458) o non è piuttosto un voler mettere in rilievo due cose che, almeno per certi aspetti, sono da considerare distinte.

Se, ad esempio, in calce ad un ritratto si scrive che il quadro fu dipinto nel 1750 e che, in quell'anno, il personaggio rappresentato aveva 20 anni, non è assurdo pensare che si sia voluto, in qualche modo, sottolineare il fatto che tale personaggio aveva qualche cosa in comune con le persone, di ogni altra età, che vivevano nel 1750 ma anche qualche altra cosa in comune con le persone di 20 anni, eventualmente contemporanee di chi, secoli dopo, guarda il quadro.

Nel fare queste valutazioni, però, non si dovrebbe trascurare il fatto che gli uomini di vent'anni del 1750 avevano inevitabilmente posizioni ed atteggiamenti diversi da chi, in quello stesso anno, aveva un'età apprezzabilmente differente (i Rusteghi, per riferirei ad una situazione veneziana, non ragionano e non si comportano come Filippetto, né Todero come Meneghetto) e del pari bisogna aver presente che gli uomini che oggi hanno vent'anni esibiscono comportamenti ed atteggiamenti diversi da quelli dei loro coetanei di due secoli e mezzo fa.

La tradizione di specificare tanto l'anno in cui si svolge una determinata vicenda o si raffigura una certa persona quanto l'età di quella persona corrisponde dunque all'esigenza di mettere in evidenza le differenti valenze delle due specificazioni temporali.

Per dare ulteriore rilievo a queste considerazioni, vorrei fare un esempio più specifico ed allo scopo comincio con il citare una frase da un curioso libretto, dovuto ad una studiosa di fisica svedese, che è stato pubblicato di recente anche in Italia<sup>4</sup>: *La generazione dei miei genitori aveva un'età adulta diversa: se a trentacinque anni mio padre e mia madre si fossero vestiti come facevano a dodici anni, o se fossero andati in giro a correre come se fosse un gioco (ora si chiama jogging), non sarebbero stati accettati dal loro ambiente.*

La frase sottolinea la differenza fra chi vive oggi il quarto decennio della propria vita e chi lo viveva una generazione fa.

Un'ulteriore differenza, come si vedrà ben maggiore, ci viene suggerita da un romanzo di Balzac (forse non dei più felici ma che pure ha avuto larga

---

<sup>4</sup> Cfr. BODIL JÖNSSON, *Dieci pensieri sul tempo*, Einaudi, Torino, 2000. Il titolo originale è *Tio Tankar om Tid* (Brombergs Bokförlag, 1999); la citazione è da pag. 35 dell'edizione italiana.



diffusione anche in Italia, dove è stato tradotto, fra gli altri, da Corrado Alvaro e da Massimo Bontempelli): *La femme de trente ans*<sup>5</sup>.

La “donna di trent’anni”, cioè quella che ha già compiuto i trent’anni (e, potremmo aggiungere, si avvia ai quaranta), ai tempi in cui Balzac scrisse i racconti preparatori e poi il romanzo in cui essi confluirono, viveva una situazione piuttosto differente da quella cui potrebbe far pensare il modo di dire italiano relativo al passaggio “dagli enta agli anta” (e cioè dal quarto al quinto decennio della vita). In quei tempi infatti, usualmente la donna di trent’anni non viveva più da tempo quel periodo della vita che potremmo chiamare della giovinezza (seppure nella sua ultima fase) ma, sposatasi intorno ai quindici anni o poco dopo, sfiancata da numerose gravidanze non tutte pervenute a buon fine, immeschinita, quando non inasprita, dai molti compromessi della vita familiare, spesso dai tradimenti, talora ostentati, del consorte, non fosse altro da quei *longs silences qui ont lieu dans les ménages où l’on n’a plus rien à se dire et beaucoup à se cacher*, (come dice Baudelaire ne *La Fanfârlo*) veniva considerata ormai definitivamente aliena dagli atteggiamenti sentimentali che in gioventù poteva aver nutrito.

Questa, in effetti, non è la situazione della protagonista del romanzo di Balzac, la quale, appunto per tale motivo, si differenzia da come mediamente all’epoca si poteva pensare si dovesse comportare una donna della sua età. Quelle della protagonista sono dunque vicende non comuni ma neppure eccezionali e quindi possono essere prese “ad emblema di un aspetto della condizione femminile, non solo in Francia. A testimoniarlo restano l’aggettivo *balzachiana* che in Brasile designa una donna di trent’anni e l’espressione *gentshina balzakovskogo vozrasta* (donna in età balzachiana) che in Russia si usa per indicare una donna tra i trenta e i quaranta, affascinante e pericolosa per la sua esperienza di vita”<sup>6</sup>.

Gli esempi citati ci danno la possibilità di confrontare situazioni di donne fra i trenta ed i quarant’anni nella Francia dei primi decenni dell’Ottocento ed in una generica nazione dell’Europa Occidentale (non necessariamente nella sola Svezia) poco dopo il 1950 e poi intorno alla fine del secolo ventesimo.

Nel primo caso si tratta di un’età alla quale, in generale, una donna è ormai da considerare sfiorita (e, se non lo è ed appare ancora capace di esercitare un fascino anche notevole ma pur sempre di tipo particolare, appunto per questo colpisce e stupisce); nel secondo caso si tratta di un’età alla

<sup>5</sup> Come è noto, il romanzo, pubblicato nel 1842 ed inserito nel terzo volume della *Comédie humaine*, ha una genesi complessa, fondendo racconti concepiti a partire dal 1828 e pubblicati a partire dal 1830.

<sup>6</sup> La citazione è presa dalla Introduzione: *I conti che non tornano*, di Paola Dècina Lombardi, nella edizione del romanzo apparsa nella collana Oscar classici della Mondadori, Milano, 1992 (pp. V-XXV); le frasi citate compaiono alle pp. V e VI.



quale una donna è già adulta e matura ma ancora piena di vigore e di capacità di seduzione; nel terzo caso, infine (e ne sentiamo parlare tanto spesso dai giornali) si tratta di un'età alla quale pare che non solo le donne ma anche gli uomini si attardino in una condizione quasi adolescenziale, vivendo ancora nella famiglia paterna, rinviando l'assunzione di responsabilità, in molti casi (purtroppo!) ancora alla ricerca di un'attività regolare e remunerata e, forse anche per questo, vestendosi e comportandosi spesso in modo non troppo diverso da come facevano quand'erano dodicenni.

Di qui la necessità di specificare sia l'epoca sia l'età (e non la sola età, cioè la differenza fra il momento della nascita e quello in cui si descrive un certo tipo di comportamento) con ciò implicitamente accettando il fatto che il tempo, con riferimento a queste problematiche sociologiche e di costume, abbia una duplice dimensione.

Questo fatto non deve indurci a pensare che sia facile adottare, per la descrizione dei fenomeni sociologici cui si è accennato, la teoria dei sistemi 2-D così brillantemente sviluppata dai carissimi e più giovani amici di cui parlavo all'inizio di questa nota. Tuttavia ci consente di constatare come, anche nel campo di questi "saperi" relativi al comportamento dell'uomo, nozioni introdotte per lo studio matematicamente formalizzato delle scienze fisiche, possano trovare dei corrispettivi non privi di un certo interesse.



SCOLIO AD UNA “QUESTIONE DI MATEMATICA”  
TRATTATA NEI “PROBLEMI” DEL  
CORPUS ARISTOTELICO \*

Nella collana “*Testi a Fronte*”, diretta da Giovanni Reale, avviata dalla Rusconi e proseguita dalla Bompiani, è uscito nel 2002 il volume: “Aristotele, *Problemi*” tradotto, introdotto ed annotato da Maria Fernanda Ferrini. Questa raccolta di vari quesiti, con le relative discussioni e risposte, fa parte del *Corpus Aristotelicum* ed è articolata in trentotto sezioni. La quindicesima di tali sezioni è dedicata a “Questioni di Matematica”.

Essendomi di recente occupato di sistemi di numerazione<sup>1</sup> la mia curiosità è stata attratta dal punto 3 di tale sezione, dedicato al sistema decimale, di cui riporto la traduzione della Ferrini.

*“Perché tutti gli uomini, barbari e Greci, contano secondo il sistema che arriva a dieci, e non fino ad un altro numero, per esempio: 2, 3, 4, 5 per poi ripetere uno-cinque, due-cinque, come fanno per undici e dodici? E ancora, perché non si fermano a un numero successivo al dieci, e non riprendono poi da lì? Ogni numero è infatti il precedente più uno o due e così via; nondimeno, si conta fissando il punto fermo al dieci.*

*Non è evidentemente frutto del caso se si fa sempre così: ciò che si ripete costantemente e che tutti fanno non è dovuto al caso ma alla natura.*

*Forse perché dieci è un numero perfetto? ha infatti in sé tutte le specie del numero: pari e dispari; quadrato e cubo, linea e superficie, numero primo e composto.*

*Oppure perché la decade è un principio? Infatti uno più due più tre più quattro fa una decade?*

*Oppure perché i corpi in movimento in cielo sono nove?*

*Oppure perché in dieci rapporti risultano quattro numeri al cubo, a partire dai quali ha preso forma tutto l'universo, secondo i Pitagorici?*

---

\* In «Atti dell'IVSLA», 161 (2002-03), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, pp. 277-285.

<sup>1</sup> Cfr. A. LEPSCHY, *Il simbolo per lo zero è davvero necessario nei sistemi di numerazione posizionali?*, «Archimede», 3, 2002, pp. 135-137, e A. LEPSCHY, *Considerazioni neodarwiniane sui sistemi di numerazione*, «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS. LL. AA.», vol. CXIV, 2002, p.te II, pp. 31-54.

*Oppure perché tutti gli uomini hanno dieci dita? Disponendo, per così dire, di pietruzze per calcolare in un numero specifico dell'uomo<sup>2</sup>, contarono anche il resto sulla base di questa quantità.*

*Esiste solo una popolazione, in Tracia, che conta per quattro, perché non sono in grado, come i bambini, di ricordare oltre e non usano nessuna grande quantità.*"

La lettura di questo "problema" mi ha suggerito qualche riflessione a proposito di come un nostro contemporaneo possa interpretare alcune delle questioni discusse e quale valore possa dare alle soluzioni proposte. Penso che tali riflessioni possano essere di qualche interesse e mi accingo quindi a presentarle, ovviamente senza eccedere dalle mie competenze (*ne supra crepidam sutor...*) e quindi dando per scontata la conoscenza dei problemi filologici, linguistici ed interpretativi, per i quali rinvio alle note del testo citato, e limitandomi a cercar di fornire qualche chiarimento su alcuni aspetti di carattere tecnico nel campo dell'aritmetica ed a discutere quali delle considerazioni fatte potrebbero essere condivise dal lettore moderno e quali invece dipendano da opinioni che ai tempi di Aristotele erano tradizionali nel mondo ellenico ma oggi non sono generalmente condivise.

L'estensore del quesito, sia esso Aristotele o un suo discepolo, indica le possibili basi di sistemi di numerazione diversi da quello decimale che utilizza le lettere β, γ, δ etc. della cosiddetta notazione ionica<sup>3</sup>; *appare però probabile che l'estensore del quesito non si riferisse tanto ai simboli di questo sistema di numerazione (o di altri) quanto invece alle cosiddette "parole-numero" del greco (o di altre lingue), tipicamente strutturate nel modo da lui stesso esplicitamente ricordato quando dice che, come nel linguaggio usuale vengono formate le parole-numero ἑνδεκά, δώδεκα etc., così, nel linguaggio di un ipotetico sistema a base cinque, dovrebbero analogamente venir formate le parole-numero: ἕν πέντε, δύο πέντε etc.*<sup>4</sup>.

L'ipotesi che venga fatto riferimento alle "parole-numero" può essere rafforzata dalla considerazione che, se si fosse invece pensato ai sistemi di nume-

<sup>2</sup> La traduzione qui riportata si mantiene letteralmente fedele all'originale ma può lasciare al lettore di oggi qualche perplessità sul significato da dare all'espressione "numero specifico dell'uomo"; tale significato verrà discusso nel seguito di questo contributo.

<sup>3</sup> Come è noto, la rappresentazione ionica è decadale, cioè usa simboli distinti per le unità da 1 a 9, per le decine da 10 a 90, per le centinaia da 100 a 900 ed accorgimenti *ad hoc* per indicare numeri più elevati.

<sup>4</sup> In proposito si potrebbe però notare che, per esempio in italiano, i nomi dei numeri da 11 a 16 sono formati utilizzando il nome dell'unità come prefisso e quello della decina come suffisso, mentre poi il procedimento viene invertito dicendo "diciassette", "diciotto", "diciannove", dove si ha prima il nome della decina poi quello dell'unità, e continuando così anche nelle decine successive: "ventuno", "ventidue", ... "trentuno", "trentadue" etc.

razione, intesi come quelli in base ai quali un numero è rappresentato da una sequenza di simboli appartenenti ad un alfabeto finito, avrebbero dovuto venir presi in considerazione anche i sistemi a base 12 ed a base 60 delle culture mesopotamiche (quanto meno in rapporto al frequente uso anche in altre aree di tali basi, diverse da dieci, nella rappresentazione di numeri frazionari; per le frazioni, del resto, persino nell'Egitto, dove il sistema di numerazione geroglifico era rigorosamente decimale, non si usavano frazioni decimali).

I moderni studiosi dei sistemi di numerazione dispongono di un'ampia documentazione sull'uso di basi diverse da dieci; ma generalmente quest'uso è praticato da popoli extraeuropei, le cui abitudini non potevano essere note ai Greci dei tempi di Aristotele; per altro, alla fine del brano ricordato, si cita una popolazione della Tracia "che conta per quattro". In questo caso, però, verrebbe fatto di pensare che non si trattasse di un sistema di numerazione a base quattro ma di un sistema in cui ci sono solo quattro parole-numero, per indicare i cardinali 1, 2, 3 e 4 mentre, per indicare un numero più elevato, ci si serve di una parola più o meno corrispondente all'italiano "molti", come del resto avviene ancor oggi nelle lingue di alcune culture, cosiddette primitive, nel cui ambito non è maturato un interesse per problemi matematici anche di carattere elementare.

Gli psicologi sperimentali potrebbero dire che la cosa ha un solido fondamento nel nostro sistema percettivo, perché cogliamo subito il numero di oggetti dello stesso tipo che vediamo assieme se sono 3 o meno, mentre dobbiamo "contarli", uno per uno (e la cosa non è sempre facile) se sono 5 o più. Il numero 4 corrisponde quindi alla situazione di frontiera fra i due casi: quello in cui la cardinalità è colta immediatamente e quello in cui è, invece, il risultato di un laborioso conteggio.

Queste considerazioni sull'esistenza di sistemi di numerazione a base diversa da dieci (ed anche di sistemi con parole-numero non costruite su un impianto decimale, come – sembra per influenza celtica – avviene anche oggi per il francese nel caso dei nomi dei numeri da 70 a 99) non permettono ad uno studioso moderno di impostare l'indagine sui sistemi di numerazione nei termini usati nei *Problemi*: se una cosa "si ripete costantemente", cioè "non è dovuto al caso ma alla natura". Ma l'estensore del quesito aveva buoni motivi per credere che il sistema a base dieci fosse universale e può essere interessante analizzare le ipotesi da lui considerate per spiegare questa universalità, cercando di chiarire volta per volta che cosa possano significare ed in che misura possano essere ancor oggi condivise.

Un primo gruppo di possibili motivi citati nel passo considerato risale alla tradizione pitagorica e tali motivi possono apparire assai poco convincenti in una cultura, come la nostra attuale, meno impregnata di una mistica dei numeri, come lo era – per influenza diretta o indiretta del pensiero pitagorico – quella greca.

La prima delle ipotesi considerate è che il 10 è un numero "perfetto"

(τέλειος ἀριθμός). Evidentemente qui la parola perfetto non è usata nel senso tecnicizzato secondo il quale numeri perfetti sono quelli uguali alla somma dei loro divisori esatti, come il 6, uguale a  $1 + 2 + 3$  o il 28, uguale a  $1 + 2 + 4 + 7 + 14$ . Qui, invece, la “perfezione” è intesa in un senso qualitativo ed è legata al fatto che nei primi dieci numeri (da 1 a 10; in questo contesto ovviamente non si considera lo 0) sono inclusi numeri pari e dispari (cinque per ciascuna delle due specie, almeno nel concetto moderno: per i pitagorici 1 era “parimpari”), numeri primi e composti (anche in questo caso cinque per ciascuna delle due specie, almeno se si considera anche 1 come un numero primo – anche se oggi ciò non viene fatto da tutti; in tal caso infatti i numeri primi sono 1, 2, 3, 5 e 7 e quelli composti 4, 6, 8, 9, 10).

La serie dei dieci numeri include anche (pur prescindendo dal numero uno, che è uguale a tutte le proprie potenze) sia quadrati (4, quadrato di 2, e 9, quadrato di tre), sia un cubo (8, cubo di 2).

Meno chiaro, almeno a prima vista, può essere il discorso relativo a “linea (μήκος) e superficie (ἐπίπεδον)”. È possibile che si tratti di termini legati alla rappresentazione pitagorica dei numeri (interi) come insieme di punti raggruppabili in configurazioni geometriche (numeri triangolari, quadrati, pentagonali e numeri cubici etc.). I numeri corrispondenti a configurazioni di punti non raggruppabili in una figura geometrica precisa potrebbero allora essere rappresentati da una fila di punti allineati (e quindi ad una linea), mentre quelli corrispondenti ad un poligono regolare o anche ad un rettangolo (per esempio 6 rappresentato da due file di tre punti o da tre file di due punti) potrebbero essere assimilati a superficie; la distinzione non si sovrappone a quella fra numeri primi e composti perché, ad esempio, il 3 ed il 5, che sono numeri primi, pur non corrispondendo ad un rettangolo (come invece avviene per un numero non primo), nella tradizione pitagorica venivano rappresentati con un triangolo e, rispettivamente con un pentagono. Del resto anche il 6 (di cui si è detto che potrebbe essere rappresentato con un rettangolo di lati 2 e 3) nella tradizione pitagorica era comunemente rappresentato come un numero triangolare.

Debbo alla cortesia di Enrico Berti un suggerimento diverso, collegato ad un passo, controverso e giudicato piuttosto oscuro, del *De Anima* (I 2, 404 b 20-25) in cui si dice che il numero della linea (appunto μήκος, letteralmente “lunghezza”) è due ed il numero della superficie è tre. Come si vede si tratta di numeri che superano di una unità quelli con cui oggi si indicano le dimensioni della linea e rispettivamente della superficie; la cosa è stata spiegata osservando che per linea (retta) i greci intendevano un segmento, delimitato da due punti, e che la figura piana più semplice, e cioè il triangolo, è individuata da tre punti (non allineati). Sulla base di queste considerazioni la misura di una figura solida sarebbe quattro, dato che il tetraedro ha quattro vertici. Si potrebbe anche aggiungere che, in base a questo modo di impostare il problema, verrebbe spontaneo associare al punto il numero 1

(il quale, coerentemente, risulta immediatamente superiore al numero che rappresenta la sua dimensione nella visione dei moderni, e cioè zero, la cui nozione non era posseduta dalla matematica greca)<sup>5</sup>.

Si potrebbe allora dire che il 10, essendo la somma di  $1 + 2 + 3 + 4$ , comprende le “misure” del punto, della linea, della superficie e del solido (ma non sarebbe chiarissimo perché in tal caso vengano nominate solo la linea e la superficie).

Ovviamente queste motivazioni della “perfezione” del 10, quanto meno prese alla lettera, non sono molto convincenti per un moderno. Tuttavia potrebbero essere considerate non troppo diverse da quelle talora suggerite per la preferibilità di una base come 10 (o anche come 12), legate al fatto che, rispetto alla base 2 (tipica degli elaboratori elettronici) ed alla base 60 (del sistema babilonese, tuttora utilizzato per le misure di tempo e per quelle angolari), corrispondono ad un miglior compromesso fra il numero complessivo di simboli diversi da utilizzare, che si preferisce non troppo grande, e la lunghezza della stringa di simboli con la quale si rappresenta un numero; tale stringa, infatti, nel sistema binario è circa tre volte più lunga di quella usata per rappresentare lo stesso numero nel sistema decimale.

In proposito, però, ci sarebbe da notare che il sistema sessagesimale (nelle sue realizzazioni storiche) non fa uso di sessanta simboli diversi; si tratta, infatti, di un sistema di numerazione sessagesimale codificato in decimale.

La seconda ipotesi considerata è quella in base alla quale la decade è un principio (ἀρχή). Essa deriva, evidentemente, dalla concezione pitagorica della τετρακτύς, cioè dalla rappresentazione di 10 come un numero triangolare formato da una base di quattro punti, cui ne sono sovrapposti tre, poi due ed infine uno. Che i Pitagorici attribuissero alla τετρακτύς proprietà che oggi potremmo chiamare magiche o mistiche (ma che presso di loro avevano anche aspetti che oggi chiameremmo invece scientifici) è certamente vero. Non si direbbe invece, almeno a prima vista, che una tale impostazione dovesse apparire molto convincente per la scuola di Aristotele.

Certamente, comunque, questa ipotesi non può avere, per un moderno, un valore intrinseco, al di là della suggestione storica. Qualche problema pone l'ipotesi successiva: “perché i corpi in movimento nei cieli sono nove”. Il passo ha dato del filo da torcere ai commentatori, alcuni dei quali hanno notato che ci si aspetterebbe di leggere “dieci”. La cosa non sembra

---

<sup>5</sup> Oddone Longo mi fa presente che nel *De Caelo*, precedente al *De Anima*, Aristotele scrive: “Delle grandezze, quella che ha una dimensione è linea, quella che ne ha due è superficie, quella che ne ha tre è corpo, e al di fuori di queste non si danno altre grandezze”. Nel *De Caelo*, dunque, i numeri delle dimensioni coincidono con quelli della concezione attuale (a prescindere dalla tesi secondo la quale non si potrebbe andare oltre le tre dimensioni).

convincente; si parla infatti dei “corpi in movimento nei cieli” ai quali, ovviamente, sarebbe da aggiungere la terra (immobile), arrivando così a dieci, se i corpi in movimento fossero nove. Il considerarne nove, però, richiede che ai cosiddetti “sette cieli” dell’espressione paradigmatica, e cioè al Sole, alla Luna ed ai cinque pianeti allora noti Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno, venga aggiunta anche la sfera delle stelle fisse e, ulteriormente, anche l’antiterra ipotizzata dai Pitagorici.

Ad un aristotelico, però, non dovrebbe essere sfuggita la petizione di principio implicita nel ragionamento: se si parte dalla convinzione che 10 sia un’ἀρχή, è legittimo postulare l’antiterra, ma è artificioso basarsi sulla presunta esistenza di tale ipotetico e non osservabile corpo celeste come di una controprova per il carattere di ἀρχή del numero dieci. E, difatti, ad Aristotele la cosa non era sfuggita, come conferma il passo di *Metafisica*, I 5, 986 a 6-12 in cui viene criticata come speciosa l’introduzione dell’antiterra per confermare il valore del numero dieci.

Ovviamente per i moderni neanche questa terza ipotesi può avere alcun valore.

A prima vista non appare chiarissima anche l’ulteriore enunciazione: “perché in dieci rapporti risultano quattro numeri al cubo, a partire dai quali ha preso forma l’universo, secondo i Pitagorici”.

Qui, probabilmente, vale la pena di separare l’analisi in due parti: quella relativa al significato della premessa e quella dell’opinione dei Pitagorici.

I commentatori hanno suggerito che si abbia a che fare con una progressione geometrica. La cosa sembra ragionevole.

Prendiamo, infatti, i primi dieci elementi di una progressione geometrica il cui primo elemento sia  $n_1$ , e la cui ragione sia  $k$ . Gli elementi successivi saranno  $n_2 = kn_1$ ,  $n_3 = kn_2 = k^2n_1$  etc. fino a  $n_{10} = k^9n_1$ . Ora se  $n_1$  è un cubo, lo sono anche  $n_4 = k^3n_1$ ,  $n_7 = k^6n_1$  ed infine  $n_{10} = k^9n_1$ : quindi nella sequenza dei dieci numeri in progressione geometrica  $n_1, \dots, n_{10}$  figurano quattro cubi.

Volendo fare un esempio semplice, se  $n_1 = 8$  e la ragione  $k$  è 2 (cioè ogni nuovo numero è il doppio di quello che lo precede), la sequenza è formata dai numeri:

8 16 32 64 128 256 512 1024 2048 4096

ed in essa sono cubi i numeri  $8 = 2^3$ ,  $64 = 4^3$ ,  $512 = 8^3$  e  $4096 = 16^3$ .

In termini moderni si sarebbe preferito parlare di nove rapporti fra coppie di numeri consecutivi nella sequenza dei dieci numeri, anziché di dieci rapporti, ma ciò non è particolarmente rilevante.

Perché poi i Pitagorici ritenessero che l’universo avesse preso forma da quattro cubi è noto agli studiosi di quella scuola. Probabilmente, però, non si tratta di una tesi condivisa da Aristotele e dai suoi seguaci. Ai moderni, poi, questa proprietà del numero dieci non può che apparire irrilevante, in rapporto alla scelta della base dieci nei sistemi di numerazione.



Sostanzialmente diversa da tutte le precedenti, ed accettabilissima dai moderni, appare invece l'ultima ipotesi: “perché tutti gli uomini hanno dieci dita”. Altrettanto valida per i moderni è la giustificazione data nei *Problemi* per questa ipotesi che si rifà ad un sistema primitivo di conteggio basato sull'associazione di ciascuna delle cose da contare ad una pietruzza aggiunta ad un mucchio che a mano a mano si viene formando (o sottratta da un mucchio preesistente). L'immagine abitualmente presa in considerazione nelle divulgazioni contemporanee è quella di un pastore che la mattina, facendo uscire il suo gregge dal recinto, mette in un sacchetto una pietruzza per ciascuna pecora e, alla sera, può verificare che tutte le pecore siano rientrate se ha tolto dal sacchetto una pietruzza per ciascuna pecora rientrata ed alla fine il sacchetto è rimasto vuoto.

Per numeri piccoli possono bastare, senza dover ricorrere alle pietruzze, le dita delle due mani (e questo potrebbe essere il significato dell'associazione fatta dal testo qui discusso tra le “pietruzze per calcolare” e “un numero specifico dell'uomo” (cfr. nota 2).

In proposito può essere interessante notare come oggi consti che alcune popolazioni primitive, dopo aver associato i numeri da 1 a 10 a ciascun dito delle due mani, associano numeri successivi ad altre parti del corpo (a cominciare dalle dita dei piedi) in modo da contare agevolmente fino a quaranta o cinquanta (così da soddisfare esigenze più complesse di quelle che, nel quesito considerato, vengono attribuite ad una popolazione della Tracia i cui componenti “non usano nessuna grande quantità”).

Per concludere si può notare che l'analogia, evidenziata nel testo citato, fra il servirsi di pietruzze ed il servirsi delle dita delle mani come ausili per operazioni di conteggio (ed eventualmente per altre semplici operazioni di calcolo) ha avuto alcune conseguenze sul piano linguistico. Dal citato uso primitivo delle pietruzze deriva verosimilmente l'impiego di sassolini (in latino *calculi*) sull'abaco e, quindi, la parola “calcolo”, ormai comune a moltissime lingue moderne, così come dall'analogo uso della dita (in latino *digiti*) deriva la parola inglese “*digit*” più o meno corrispondente all'italiano cifra e, quindi, l'uso dell'aggettivo “digitale” (per esempio attribuito a “calcolatore” o “elaboratore”) nonché la parola *bit*, relativa all'unità di misura della quantità di informazione, ottenuta per contrazione da *binary digit*.

Desidero ringraziare Enrico Berti, Oddone Longo e mio fratello Giulio per la paziente lettura, l'incoraggiamento e gli utilissimi suggerimenti.



## CRISTALLI E SIMMETRIE \*

### *Premessa*

È ben noto che i cristalli non solo presentano a prima vista interessanti caratteristiche di simmetria ma altresì che su tali caratteristiche si basa la classificazione delle varie forme di cristallizzazione.

Tuttavia né la nozione di simmetria che ciascuno di noi possiede ad un livello elementare sembra sufficiente a dar ragione in modo chiaro degli aspetti di simmetria che interessano nei cristalli né, d'altra parte, una teoria generale della simmetria, svolta a livello formale in termini matematici, si esaurisce nelle proprietà di simmetria che possono essere presenti nei cristalli in quanto contempla anche altre forme alcune delle quali, invece che nei cristalli, possono essere rintracciate nel campo studiato dalle scienze biologiche.

La nozione di simmetria, per altro, non nasce nelle scienze della natura, anche se potrebbe essere stata suggerita dall'osservazione (non scientifica) di oggetti naturali. È piuttosto legata, agli inizi, alla libera creazione dell'uomo nel campo della decorazione e dell'architettura; inoltre caratteristiche simili a quelle che portavano a decorazioni simmetriche si possono ravvisare anche nella musica e nella poesia.

Del resto il significato inizialmente attribuito dai Greci alla parola "simmetria" corrispondeva ad una nozione che oggi consideriamo ben diversa e per la quale utilizziamo una parola che, però, ha la stessa struttura etimologica e, cioè, "commensurabilità": nella geometria dei Greci erano detti simmetrici (ed oggi diciamo commensurabili) segmenti che ammettono un sottomultiplo comune. Sulla base di questo significato, l'aggettivo veniva attribuito ad opere d'arte che presentavano un rapporto armonioso di proporzioni e di ritmi ed il termine era usato, soprattutto nell'architettura, per indicare un sistema di rapporti fra i vari elementi architettonici ed in questo spirito molti autori greci scrissero trattati sulle simmetrie dei vari ordini dell'architettura e dei loro scritti si valse largamente Vitruvio.

---

\* In *Cristalli e gemme. Realtà fisica e immaginario - Simbologia, tecniche e arte. Atti del convegno di studio (Venezia, 28-30 aprile 1999)*, a cura di B. ZANETTIN, Venezia 2003, pp. 105-123.

In questa nota si svolgeranno alcune considerazioni sulla nozione intuitiva di simmetria e sulla formulazione rigorosa che si può darne in matematica; si inquadreranno poi in questa sia le simmetrie di interesse per la cristallografia, sia tipi di simmetria diversi, che riguardano altre discipline.

### *La nozione intuitiva di simmetria*

Tutti noi abbiamo un'idea di che cosa significhi simmetria ed è quella che ci permette di dire che una fotografia frontale della facciata del Partenone è simmetrica (almeno prescindendo dalle differenze fra le metope), così come lo è quella della facciata di Notre Dame a Parigi (anche in questo caso prescindendo dalle differenze, forse più appariscenti, fra le figure di diavoli che ne ornano il coronamento), mentre non lo è (o lo è meno) la fotografia frontale della facciata, sempre a Parigi, di Saint Sulpice, date le differenze (ben più apprezzabili che quelle fra le metope o le figure mostruose degli esempi precedenti) dei due campanili che la affiancano.

Nell'attribuire il carattere di simmetria a queste figure piane ci si basa sulla presenza di una retta (che nei casi considerati è verticale): l'asse di simmetria, rispetto al quale ad ogni punto della parte sinistra della figura ne corrisponde uno sulla destra, ad eguale distanza dall'asse e sulla stessa quota. Una delle due metà può essere ottenuta dall'altra per *ribaltamento* intorno all'asse di simmetria (cioè facendola uscire dal piano della figura).

Ovviamente tale ribaltamento va considerato con una certa attenzione: vale cioè per un disegno su carta trasparente (tale che su di essa i segni possano essere visti da entrambe le parti); non varrebbe per le pagine (ovviamente non trasparenti) di un libro nel quale, voltando una pagina, per esempio dispari (e, quindi, di destra) troveremmo sul lato sinistro la pagina con il numero successivo. Per lo stesso motivo si può dire che ribaltando la metà destra di un bassorilievo, anziché di una fotografia o di un disegno, otterremmo sulla metà sinistra un'immagine in cui ciò che a destra era convesso a sinistra risulterebbe concavo e viceversa.

Considerazioni dello stesso tipo valgono se, anziché ad un asse di simmetria su un piano, ci si riferisce ad un piano di simmetria in uno spazio tridimensionale. In questo senso, ad esempio, diciamo che la superficie esterna del corpo umano è (più o meno grossolanamente) simmetrica rispetto al piano cui appartengono l'asse verticale e l'asse sagittale, perché, rispetto a tale piano di simmetria, l'occhio destro corrisponde all'occhio sinistro, il braccio destro al sinistro e così via, cioè, in generale, ad ogni punto della metà destra della superficie esterna del corpo umano corrisponde un punto della metà sinistra che ha la stessa quota sull'asse verticale e sull'asse sagittale, ma quote opposte (e cioè a sinistra invece che a destra) sull'asse trasversale.

La metà destra è, come si dice, speculare di quella sinistra (e viceversa), nel senso che, se sovrapponessimo la metà destra della superficie tridimensionale considerata ad uno specchio piano, su tale specchio, da qualsiasi punto di vista lo si guardasse, apparirebbe la metà sinistra del corpo umano come immagine di quella di destra (o viceversa)<sup>1</sup>.

Con riferimento alle immagini speculari di superfici tridimensionali dobbiamo però notare che non si dispone di un'operazione perfettamente analoga a quella del ribaltamento che ci porta dalla metà destra alla metà sinistra di una figura piana simmetrica, il che è ovvio data la nostra impossibilità di immaginare (sul piano dell'intuizione fisica anche se non su quello dell'astrazione matematica) uno spazio a più di tre dimensioni: per il ribaltamento si deve uscire dal piano dell'immagine, coinvolgendo lo spazio tridimensionale di cui tale piano fa parte; così per passare dalla metà destra alla metà sinistra di una superficie simmetrica dovremmo uscire dallo spazio a tre dimensioni, con un'operazione che non siamo in grado di concepire ma che corrisponde a quella di rovesciare un guanto (cosicché, se la superficie esterna e quella interna del guanto fossero uguali, il guanto destro ribaltato si presterebbe a calzare la mano sinistra).

---

<sup>1</sup> A questo proposito si può ricordare l'apparente paradosso secondo il quale lo specchio trasforma la parte destra nella sinistra ma non la parte alta nella parte bassa: la cosa dipende dal fatto che la parte destra del corpo umano è, più o meno, simmetrica di quella sinistra ma la parte del capo non è affatto simmetrica rispetto a quella dei piedi; in realtà vi è anche un fraintendimento di natura linguistica: quando siamo in una certa posizione (eretta) il piano cui appartengono l'asse verticale e l'asse sagittale divide lo spazio in un semispazio che chiamiamo di sinistra ed in un semi spazio che chiamiamo di destra; se però, sempre restando in posizione eretta, compiamo una rotazione di 180° chiamiamo destro il semispazio che prima chiamavamo sinistro e viceversa (perché è quello al quale appartengono, nella nuova posizione, il nostro braccio destro, la nostra gamba destra, il nostro occhio destro); se invece ci mettessimo nella posizione innaturale appoggiati sulle palme delle mani e con i piedi per aria, la forza di gravità ci ricorderebbe che siamo con la testa in basso ed i piedi in alto (e non chiameremmo semispazio alto quello dove sta la testa rispetto al piano orizzontale cui appartengono l'asse sagittale e l'asse trasversale). Lo specchio ha un'immagine del braccio destro nello stesso semispazio cui appartiene il braccio destro ma questo semi spazio lo chiameremmo sinistro (e diremmo che quell'immagine del braccio destro è il braccio sinistro dell'immagine) se non ci mettessimo "dalla parte di chi guarda" ma "dalla parte dell'immagine". In altre parole l'immagine del capo è nello stesso semispazio (alto) del capo; l'immagine (senza anello) della mano destra (senza anello) è nello stesso semispazio (destro per l'osservatore, ma sinistro per l'immagine, se personificata) cui appartiene la mano destra (senza anello). Così come l'immagine dei piedi sta nello stesso semi spazio (basso) dei piedi e l'immagine (con anello) della mano sinistra (con anello) sta nello stesso semi spazio della mano sinistra (ma tale semispazio lo chiamiamo sinistro con riferimento a chi guarda ma potremmo chiamarlo destro se ci riferissimo all'immagine personificata).

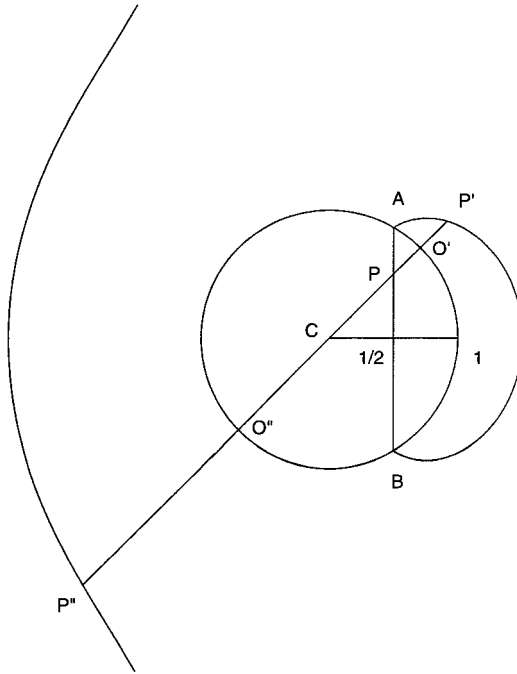


FIG. 1

Il tipo di operazione che abbiamo compiuto su figure simmetriche bi-dimensionali o tridimensionali viene abitualmente definito una specularità (rispetto ad uno specchio piano, o piano speculare, nel caso della superficie tridimensionale, oppure rispetto ad una retta speculare nel caso di una figura piana). Su una retta, rispetto ad un suo punto speculare  $O$ , si può avere, analogamente, la specularità fra un insieme di punti o di segmenti alla destra del punto  $O$  ed un insieme di punti o segmenti alla sinistra di tale punto. A questo proposito viene spontanea l'estensione della nozione di simmetria e di specularità rispetto ad un punto, detto centro di simmetria, anche al caso di un piano o dello spazio tridimensionale come pure quella di simmetria rispetto ad un asse al caso dello spazio tridimensionale (in questo la simmetria rispetto ad un centro è detta anche sferica e quella rispetto ad un asse cilindrica).

Un'ulteriore estensione si può avere quando si faccia riferimento, anziché ad una retta del piano o ad un piano dello spazio tridimensionale, ad una linea curva o, rispettivamente, ad una superficie. Per darne un esempio semplice ci si limiterà al caso della simmetria rispetto ad una circonferenza; di questa si prenda in considerazione una corda  $AB$  (Fig. 1) e su di essa il

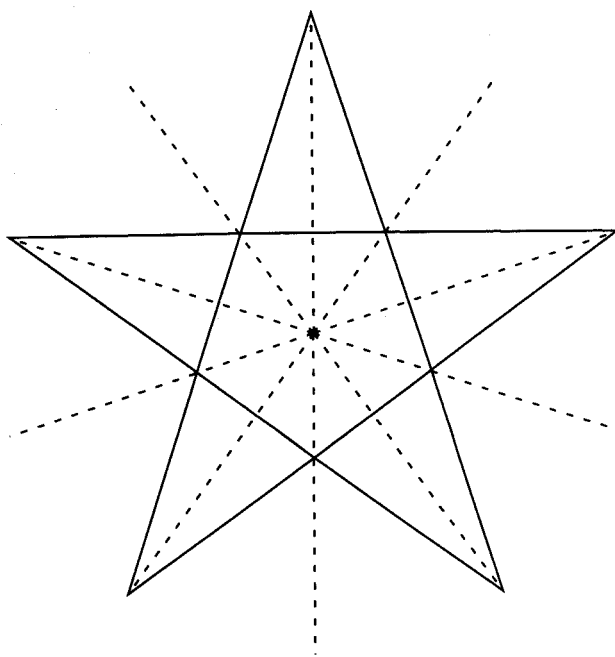


FIG. 2

generico punto  $P$ , per il quale passa un diametro che, come tale, è ortogonale alla circonferenza che tocca nei punti  $O'$  ed  $O''$ . Sulla retta che prolunga il diametro al di fuori del cerchio, il punto  $P$  della corda ammette un punto simmetrico rispetto ad  $O'$ , che è  $P'$ , ed un punto simmetrico rispetto ad  $O''$ , che è  $P''$ , entrambi esterni al cerchio;  $P'$  e  $P''$  sono le immagini di  $P$  viste nello specchio “deformante” (non piano) che è dato dall’uno o dall’altro degli archi  $AB$  del cerchio. Il luogo dei punti  $P'$  e  $P''$  al variare di  $P$  da  $A$  a  $B$  lungo la corda è costituito da due archi di curva, ciascuno dei quali è il simmetrico della corda  $AB$  rispetto all’uno o all’altro degli archi di circonferenza che vanno da  $A$  a  $B$  in senso orario e rispettivamente antiorario (ovvero l’immagine del segmento  $AB$  sugli specchi deformanti). Nel seguito, per altro, ci si limiterà a considerare solo simmetrie rispetto ad una retta o ad un punto.

A titolo di esempio si comincerà dal caso del “pentacolo di Salomone” o, se vogliamo, dello “stellone d’Italia” (Fig. 2). Tale figura ha chiaramente un asse di simmetria (che nel caso del disegno è verticale, come in quello degli esempi precedentemente considerati) ma non ne ha uno solo: ne ha precisamente cinque, che si incontrano in uno stesso punto, il quale però non è un centro di simmetria per la figura considerata. Intorno a ciascuno

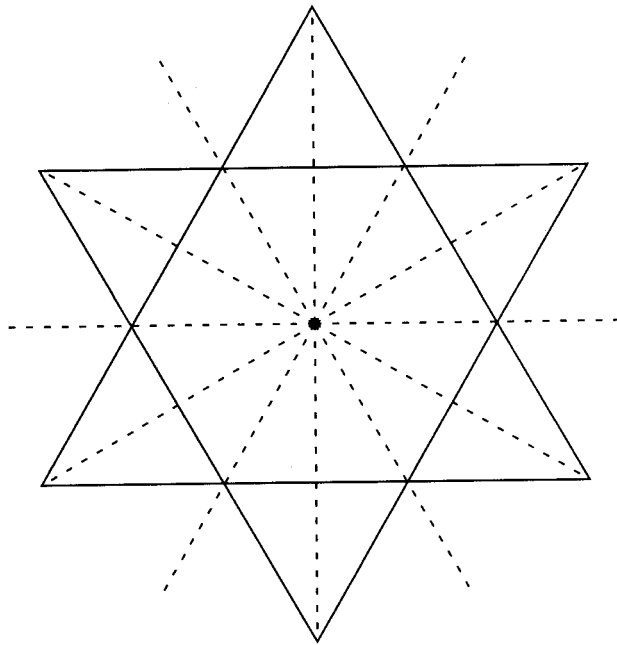


FIG. 3

di questi assi la figura può subire un ribaltamento (facendola uscire dal piano) e rimane identica a se stessa. Il medesimo risultato, però, a differenza di quanto avveniva per gli altri casi precedentemente, considerati può essere conseguito anche facendo ruotare il poligono intorno al punto di intersezione degli assi di un angolo pari ad un quinto (o a due quinti, a tre quinti ed a quattro quinti) dell'angolo giro ed in tal modo, a differenza di quanto avviene ribaltandola intorno ad un asse, la figura compie un movimento che non la fa uscire dal piano del disegno.

A proposito dell'uguaglianza di effetti che, in questo caso, si ha fra rotazioni (intorno ad un punto) e ribaltamenti (intorno ad un asse) si può notare che questa uguaglianza potrebbe non aversi se le cinque punte fossero colorate in tinte opportune e neppure se la metà destra di ciascuna punta fosse colorata in una tinta e la metà sinistra in una tinta diversa (come si fa spesso nella rosa dei venti); in quest'ultimo caso, in particolare, la rotazione lascia immutata la figura mentre il ribaltamento porta ad una figura della stessa forma ma con lo scambio delle due tinte in ciascuna punta.

Può esser utile confrontare ciò che si è verificato per il pentacolo di Salomone con quanto avviene con la cosiddetta stella di Davide (Fig. 3). In



questo caso si hanno sei assi di simmetria, come nel precedente se ne avevano cinque, ma tali assi sono di due tipi diversi: tre congiungono un vertice concavo al vertice opposto (pure concavo) e tre congiungono invece un vertice convesso al vertice convesso opposto. I sei assi si incontrano in un unico punto e, questa volta, tale punto è un centro di simmetria per la figura complessiva. Inoltre, per il fatto che 5 è un numero primo mentre 6 è uguale al prodotto di 2 per 3, si possono avere figure simmetriche (sia pure con un minor numero di assi di simmetria) anche colorando le punte con 2 colori o con 3 colori: per esempio tre punte consecutive di un colore e le altre tre dell'altro, oppure usando i due colori alternativamente o infine usando tre colori in due sequenze uguali (per esempio, percorrendo ciclicamente le punte, usando i colori rosso, giallo e blu e poi di nuovo rosso, giallo e blu); anche in questo caso non tutte le rotazioni portano agli stessi effetti né sempre a quelli dei ribaltamenti.

*Un punto di vista più generale ed il problema della tassellazione*

Nel caso dei due poligoni regolari stellati che si sono presi in considerazione, gli assi di simmetria passanti per uno stesso punto (sia esso o no un centro di simmetria) appartengono ad un fascio di rette e sono regolarmente intervallati (nel senso che ciascuna di queste rette forma lo stesso angolo con quella che la precede e con quella che la segue nel verso di rotazione prescelto).

Dal punto di vista della geometria proiettiva i fasci di rette passanti per uno stesso punto includono, come situazione limite, quella in cui il punto comune è un punto improprio e, quindi, tutte le rette sono parallele. Al caso di singole rette del fascio con centro al finito, inclinate l'una rispetto all'altra di uno stesso sottomultiplo dell'angolo giro, corrisponde, nel fascio delle parallele, il caso di rette equidistanti fra loro, il cui insieme si estende però all'infinito mentre nel caso delle rette inclinate, dopo un certo numero di rotazioni, ciascun asse di simmetria si sovrappone a se stesso (ovviamente nella ipotesi adottata che le inclinazioni siano sottomultiple dell'angolo giro).

Nello stesso modo in cui la rotazione è il movimento che porta una figura a sovrapporsi a se stessa quando gli assi di simmetria sono inclinati e passano per uno stesso punto, così nel caso in cui gli assi di simmetria sono paralleli il movimento che porta alla sovrapposizione della figura con se stessa è la traslazione. Tale caso si ha ad esempio nelle linee di fig. 4 (una senoide, un'onda quadra ed una semplice "greca") come pure in greche più elaborate; in generale in tutte le figure a proposito delle quali si parla di periodicità. In questi esempi si può notare che nella senoide e nell'onda quadra vi sono anche centri di simmetria (tutti i punti in cui la figura taglia il

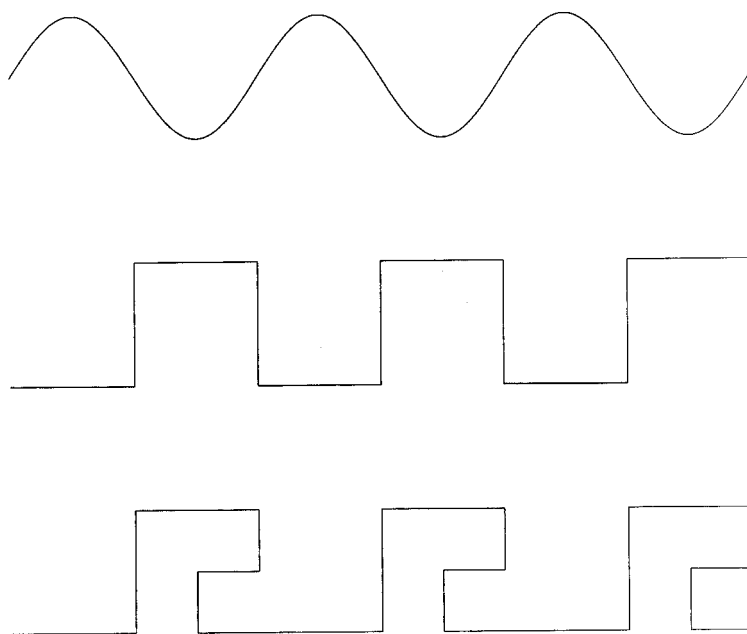


FIG. 4

suo asse orizzontale, che non è un asse di simmetria), come pure assi di simmetria (le verticali che passano per le creste e per i solchi della sinusoide o per i punti di mezzo dei segmenti orizzontali dell'onda quadra) mentre ciò non avviene per la greca disegnata, per la quale, ciò non di meno, si può parlare di simmetria per traslazione.

Nel caso della traslazione diviene di interesse un problema distinto da quello della simmetria vera e propria, quale è quello della *tassellazione*. Tale problema, limitandoci al caso del piano, è quello di individuare figure che, opportunamente traslate o ruotate, possano disporsi su tutto il piano, senza ricoprirsi reciprocamente e senza lasciare aree non ricoperte, come avviene per le piastrelle di un pavimento. Non è indispensabile, ovviamente, che si tratti di poligoni, né tanto meno di poligoni regolari. Se ci si attiene a queste ultime figure, però, la tassellazione, come è noto, può avvenire solo con triangoli equilateri, quadrati ed esagoni regolari (ciascuno di questi ultimi, però, è suddivisibile in sei triangoli equilateri e quindi la tassellazione esagonale può esser vista come risultato di un'opportuno raggruppamento a sei a sei dei triangoli equilateri di una tassellazione triangolare).

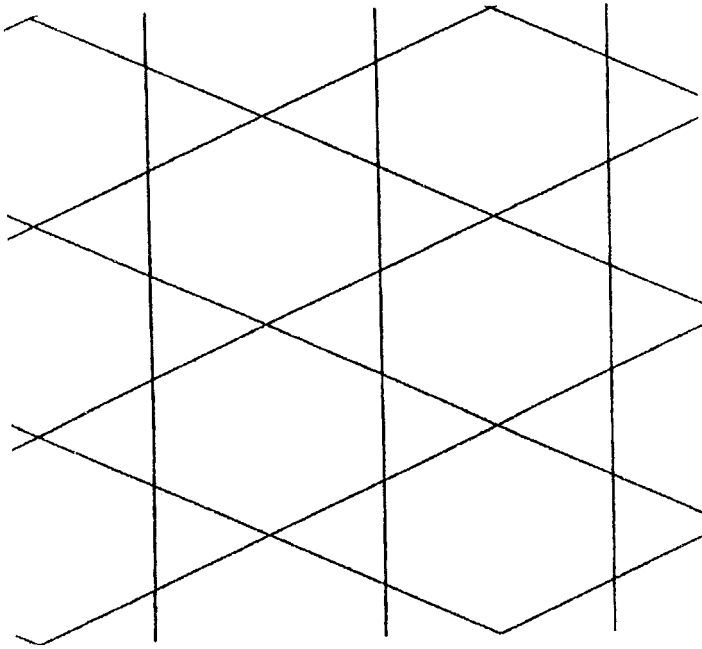


FIG. 5

Il termine tassellazione è usato anche quando le singole figure non sono tutte della stessa forma: un esempio semplice è quello di tassellazione con esagoni regolari e triangoli equilateri di fig. 5 (che corrisponde ad un diverso modo di raggruppare i triangoli di una tassellatura triangolare) ed un esempio un po' più complesso è quello di fig. 6 in cui compaiono vari tipi di poligoni a lati uguali ma con angoli anche diversi tra loro e talora maggiori dell'angolo piatto.

Come si parla di tassellazione del piano, così si può parlare anche di tassellazione dello spazio facendo riferimento a configurazioni di poliedri (in particolare prismi) che ricoprono l'intero spazio senza sovrapporsi a due a due.

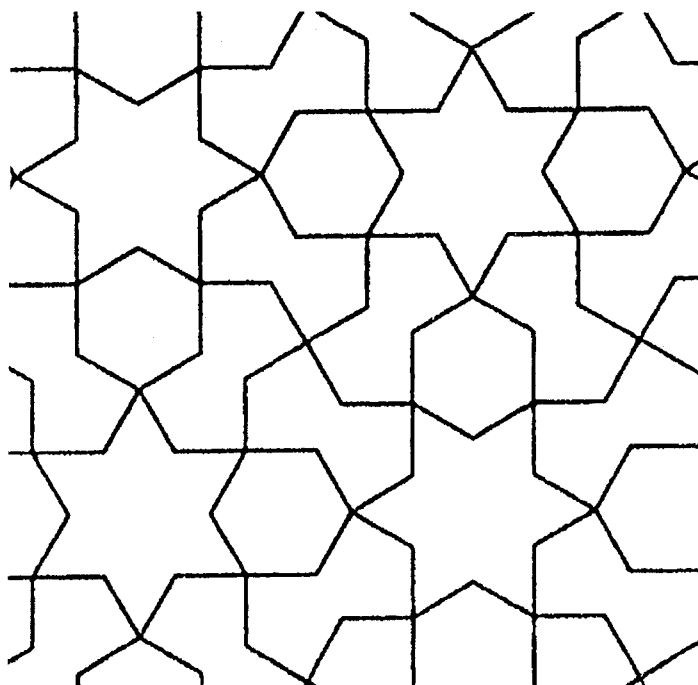


FIG. 6

*La simmetria dal punto di vista della matematica*

Cercando di evitare eccessivi tecnicismi si vuol qui esporre qualche concetto di base su come la matematica vede la simmetria e lo si farà con riferimento al caso della simmetria rispetto ad un piano dello spazio euclideo a tre dimensioni. Da questo punto di vista la simmetria è una relazione che associa fra loro coppie di punti (quello da cui si parte ed il suo simmetrico rispetto al piano di simmetria considerato). Più precisamente la relazione associa fra loro due punti quando questi sono congiunti da un segmento ortogonale al piano di simmetria e l'intersezione con tale piano del segmento considerato è il punto di mezzo del segmento stesso; come situazione limite si ha quella dei punti del piano di simmetria, che corrispondono a sé stessi. È possibile, anche se lo si fa di rado, definire una simmetria diversa rispetto ad un piano dello spazio, facendo riferimento a rette parallele fra loro ma non ortogonali al piano, per scegliere, su quella di esse che passa per il punto di partenza, il simmetrico di tale punto (ad uguale distanza dall'intersezione della retta con il piano di simmetria). Per darne un'idea ci si riferirà,

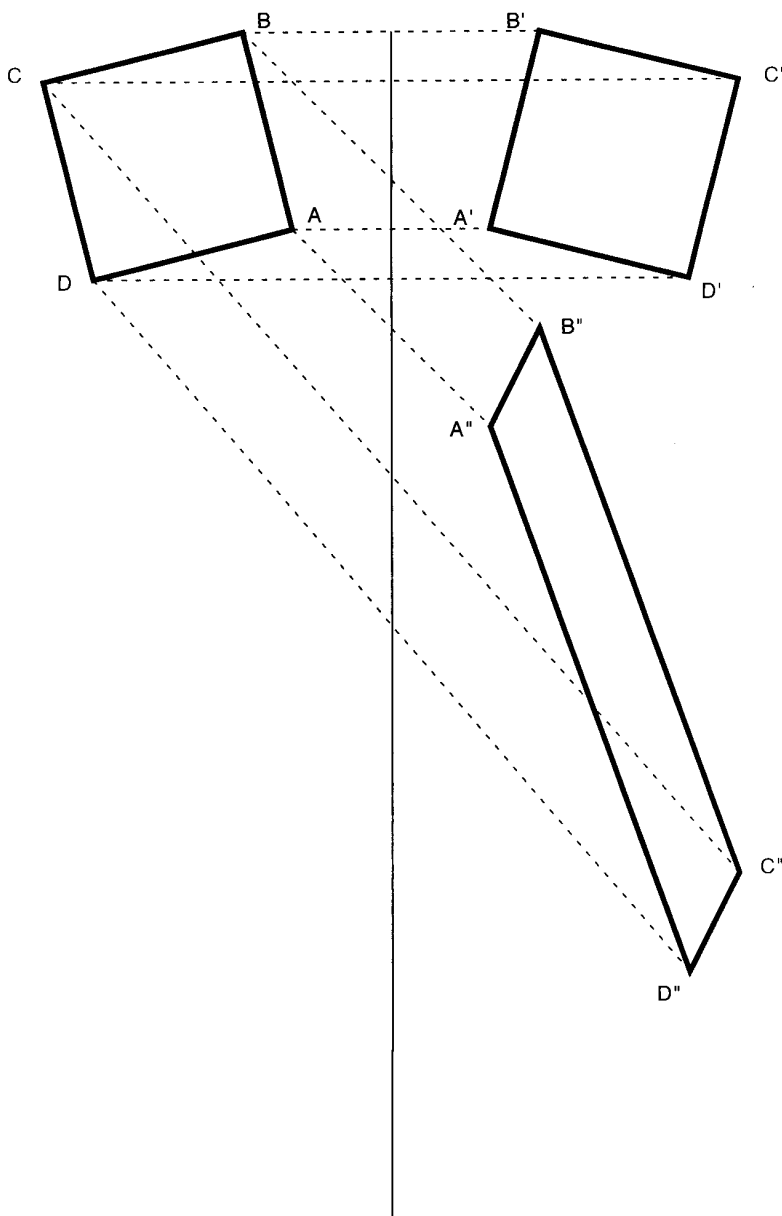


FIG. 7

in Fig. 7, alle simmetrie dei punti di un piano rispetto ad una retta; dato un quadrato sul semipiano di sinistra la figura ne mostra il simmetrico secondo rette ortogonali all'asse di simmetria ed il simmetrico secondo rette (parallele fra loro) non ortogonali a quell'asse.

La relazione di simmetria secondo rette ortogonali al piano di simmetria "trasforma" punti in punti, segmenti in segmenti etc. e conserva distanze (fra due punti di partenza ed i loro simmetrici), angoli (fra due semirette uscenti da uno stesso punto e fra le loro simmetriche) etc. In termini più precisi si dice che le *proprietà metriche* dello spazio rimangono invariati e quindi la corrispondenza considerata è una *congruenza*.

La simmetria rispetto ad un piano può essere effettuata successivamente rispetto a piani diversi ed il risultato finale è detto *prodotto* delle simmetrie considerate. Ovviamente la parola "prodotto" è qui intesa in un senso più generale di quello nel quale la stessa parola si applica alla moltiplicazione fra numeri reali; si noti, inoltre, che ciò di cui si fa il prodotto sono le simmetrie (e non le singole figure di cui si costruiscono le simmetriche).

Tale prodotto gode della proprietà associativa: per esempio nel caso di tre simmetrie  $s_1$ ,  $s_2$  ed  $s_3$  si ottiene il risultato sia eseguendo il prodotto di  $s_1$  per  $s_2$  e poi il prodotto per  $s_3$  della simmetria composta da  $s_1$  per  $s_2$ , sia viceversa facendo il prodotto di  $s_1$  per il prodotto di  $s_2$  per  $s_3$ .

Quanto alla proprietà commutativa, essa non vale in quanto il prodotto di  $s_1$  per  $s_2$  porta ad una simmetria che in generale è diversa da quella cui porta il prodotto di  $s_2$  per  $s_1$ ; gli unici casi in cui il prodotto è commutativo si hanno nella situazione banale in cui i due piani di simmetria coincidono (e quindi il prodotto porta da ciascun punto, attraverso il punto simmetrico, di nuovo a se stesso) ed in quella in cui i due piani di simmetria sono ortogonali fra loro<sup>2</sup>.

È interessante notare che, da questo punto di vista, le due operazioni fondamentali, già incontrate nei paragrafi precedenti, di rotazione e di traslazione corrispondono ad un prodotto di simmetrie con piani di simmetria che, nel caso delle rotazioni, si intersecano (e la retta che hanno in comune è l'asse di rotazione) e, nel caso delle traslazioni, sono paralleli (e la traslazione avviene nella direzione ortogonale alla giacitura comune dei due piani).

Simmetricamente una data *congruenza* può essere decomposta in un prodotto di simmetrie ed il numero dei fattori (cioè delle simmetrie) con-

---

<sup>2</sup> Per esempio se uno di tali piani è orizzontale e l'altro è verticale e di fronte all'osservatore, partendo da un punto "davanti" al piano verticale e "sopra" quello orizzontale. con la simmetria rispetto al piano verticale si passa ad un punto "dietro" e "sopra" e con quella rispetto al piano orizzontale si passa ad un punto "dietro" e "sotto", che è lo stesso punto cui si sarebbe arrivati passando prima al simmetrico del punto iniziale rispetto al piano orizzontale ("davanti" e "sotto") e poi al simmetrico di questo punto intermedio rispetto al piano verticale.

serva la propria parità (cioè è sempre pari o sempre dispari) e così le congruenze si possono classificare in quelle *dirette* (decomponibili in un numero pari di simmetrie; a queste appartiene l'identità in cui il numero delle simmetrie di cui si fa il prodotto è zero, da considerarsi come un numero pari) e in quelle *inverse* (decomponibili in un numero dispari di simmetrie, al limite una sola).

Questa classificazione consente di dare veste formale (cosa che qui non si fa, limitandoci a cenni intuitivi) a considerazioni svolte in precedenza. In particolare nel caso delle congruenze dirette è possibile trasportare rigidamente nello spazio una figura assegnata fino a sovrapporla alla figura simmetrica, in modo che ogni punto corrisponda al suo simmetrico. Nel caso delle congruenze inverse ciò invece può non avvenire (ed è precisamente la situazione già citata del guanto destro che non può essere spostato rigidamente in modo da sovrapporlo al guanto sinistro, il che potrebbe essere fatto solo rivoltandolo e cioè con una modificazione che non è un trasporto rigido). Da qui l'importanza delle nozioni di *chiralità* e di *orientazione*, conservate nelle congruenze dirette e scambiate fra loro in quelle inverse.

Tutto ciò nella matematica non è il risultato di una impostazione *ad hoc* ma si inquadra nella teoria sviluppata intorno alla nozione fondamentale di *gruppo* (astratto), inteso come un insieme di elementi per il quale sia definita una legge di composizione (cioè un'operazione, detta *moltiplicazione*, dando alla parola un significato più esteso di quello corrispondente all'uso dello stesso termine nell'aritmetica) la quale deve godere della *proprietà di chiusura* (esistenza nell'insieme ed unicità del prodotto di due elementi, comunque scelti nel gruppo), della *proprietà associativa* e della *proprietà commutativa* e per la quale esista, nel gruppo, *l'elemento neutro* (quello che è l'unità nella moltiplicazione aritmetica) nonché *l'inverso* (cioè quell'elemento il cui prodotto per l'elemento dato è l'elemento neutro). Accanto ai gruppi sono poi da considerare i *semigrupperi*, che conservano la proprietà di chiusura ma possono non godere di una o più delle altre proprietà citate oppure che modificano la stessa proprietà di chiusura facendo intervenire più di una operazione di composizione (come avviene nei *corpi*, fra i quali quelli dei numeri interi e dei numeri reali, su cui operano le due diverse "leggi di composizione" che nel caso dei numeri citati corrispondono all'addizione ed alla moltiplicazione di tipo tradizionale).

Non è questa la sede che consenta di entrare in dettagli su tale argomento e tuttavia si è ritenuto opportuno fare cenno per mostrare come una nozione quale quella di simmetria, che era stata presentata in termini intuitivi sulla base di semplici esempi, sia suscettibile dell'inquadramento in teorie astratte di carattere molto generale. Ed a questo proposito il non matematico può avere la sensazione che chi adotta questa impostazione si trovi un po' nelle vesti dell'apprendista stregone: procedendo per astrazione e per generalizzazione avviene che le nozioni di simmetria (come anche quel-

la di orientamento) risultino alterate, anche sostanzialmente, dando luogo al problema di verificare poi a che cosa esse corrispondano concretamente nel caso dello spazio euclideo tridimensionale.

### *Le simmetrie nella cristallografia*

Come è stato messo in evidenza in altre relazioni, la formazione dei cristalli si ha quando, permettendolo le circostanze, gli atomi della sostanza considerata si dispongono ai vertici di un reticolo regolare che riempie una regione dello spazio presentando una caratteristica periodicità in tre diverse direzioni. Ciò consente di concepire un “trasferimento omogeneo” di *tutti gli enti* costituenti un cristallo che faccia loro raggiungere una nuova posizione, corrispondente a quella iniziale, che viene chiamata di *coincidenza* o di *ricoprimento*.

Nel linguaggio della cristallografia, tutte le operazioni che corrispondono ad un tale trasferimento (e cioè fanno raggiungere una posizione di coincidenza) vengono chiamate *operazioni di simmetria*.

La possibilità di prolungare nelle tre dimensioni il reticolo cristallino, riempiendo in maniera omogenea una regione dello spazio tridimensionale corrisponde a quella proprietà per la quale si è usato il nome di tassellazione (ovviamente estesa dal piano allo spazio). È questo il motivo per il quale, ad esempio, non è indispensabile avere a che fare solo con parallelepipedi, in quanto questi possono essere combinati in maniera da formare dei prismi a base non quadrata (per esempio prismi esagonali) ma non è possibile avere a che fare con prismi pentagonali (con le sezioni dei quali non è possibile “piastrellare” il piano). Non è un impedimento generale di tutte le scienze della natura: in botanica, ad esempio, sono molto diffusi fiori a cinque petali, che possono certamente svilupparsi inserendosi in pentagoni di raggio sempre più elevato, ma con i quali non sarebbe possibile ricoprire uniformemente un piano.

Dal punto di vista considerato la operazione di simmetria principe è la *traslazione*, eseguibile in ciascuna delle tre direzioni (non necessariamente ortogonali fra loro) che corrispondono ai lati delle celle elementari del reticolo. Infatti, se non c'è la traslazione, lo stato è amorfo anziché cristallino in quanto la traslazione è intrinseca alla nozione stessa di reticolo spaziale. E tuttavia è possibile, in certe condizioni e sotto certi vincoli, associare alla traslazione, caratterizzata da un *vettore di traslazione*, anche la *rotazione*, di un determinato angolo intorno ad un determinato asse, la *riflessione* rispetto ad un piano speculare, la *inversione* rispetto ad un centro (che è la classica simmetria rispetto ad un punto).

La rotazione (intorno ad un asse) può essere di ordine 2 quando si porta ciascun elemento in una posizione di coincidenza con una rotazione di



$180^\circ$  (2 è infatti il numero di rotazioni contenute in tal caso in un giro completo), può essere di ordine 3 quando la rotazione è di  $120^\circ$ , può essere di ordine 4 quando la rotazione è di  $90^\circ$  e può essere di ordine 6 quando è di  $60^\circ$  (per i motivi già citati non ci può essere invece una simmetria di rotazione di ordine 5 compatibile con la traslazione). Per completezza si parla anche di rotazione di ordine 1 quando l'unico modo per portare gli elementi in posizione di coincidenza è di far compiere loro un giro completo.

Si deve notare, però, che da una posizione iniziale si può pervenire alla posizione di ricoprimento non solo mediante l'azione di un singolo operatore di simmetria semplice, ma anche mediante l'associazione di più operatori semplici, che formano un "gruppo" di simmetria. In particolare combinando la rotazione intorno ad un asse alla traslazione lungo quell'asse si ha la simmetria *elicogira* (ed *elicogiro* è detto l'asse) in cui le posizioni di ricoprimento sono allineate lungo un'elica (che potremmo immaginare come il mancorrente di una scala a chiocciola). Analogamente, se si combina la riflessione rispetto ad un piano e la traslazione secondo un vettore parallelo a quel piano si ha la simmetria *slittogira* (ed il piano di riflessione viene detto *slittopiano*).

Su questi concetti si basa la classificazione dei cristalli alla quale si è fatto riferimento.

Per riassumerla ci si può riferire ad una cella elementare a forma di parallelepipedo (cioè ad un solido a sei facce che hanno la forma di un parallelogramma). La cella ha dodici spigoli, a quattro a quattro paralleli e di uguale lunghezza: da ogni vertice escono tre spigoli che hanno, ciascuno, lunghezza e direzione uguale a quella di altri tre spigoli non uscenti da quel vertice.

Una prima classificazione è quella che fa riferimento alle lunghezze dei tre spigoli uscenti da uno stesso vertice, che vengono indicate con le lettere latine  $a$ ,  $b$ ,  $c$ : se queste tre lunghezze sono uguali si ha il gruppo *monometrico*; se due sono uguali fra loro e la terza è diversa si ha il gruppo *dimetrico*; se, infine, tutte e tre sono diverse fra loro si ha il gruppo *trimetrico*.

L'altro elemento di classificazione è dato dagli angoli che formano fra loro (a due a due) i tre spigoli uscenti da un vertice; la convenzione generalmente adottata indica con  $\alpha$  l'angolo fra gli spigoli di lunghezza  $b$  e  $c$ , con  $\beta$  quello fra gli spigoli di lunghezza  $c$  ed  $a$  ed infine con  $\gamma$  quello fra gli spigoli di lunghezza  $a$  e  $b$ .

Nel caso di questi angoli si possono avere più combinazioni di quelle considerate per le lunghezze, ma non qualsiasi combinazione. In particolare i tre angoli possono essere uguali tutti e tre a  $90^\circ$ , oppure possono essere uguali fra loro ma di un valore diverso da  $90^\circ$ , oppure due possono essere uguali a  $90^\circ$  ed il terzo ( $\gamma$ ) a  $120^\circ$ , o ancora due uguali a  $90^\circ$  ed il terzo ( $\beta$ ) ad un valore diverso da  $90^\circ$  (e da  $120^\circ$ ), ed infine i tre angoli possono avere tre ampiezze diverse fra loro e da  $90^\circ$ .

Combinando le possibilità considerate si avrebbero 15 situazioni, delle quali, per altro, nei cristalli se ne possono riscontrare solo 7, che prendono il nome di sistemi cristallini e sono riportati nella seguente tabella.

	Gruppo monometrico a:b:c = 1:1:1	Gruppo dimetrico a:b:c = 1:1:y	Gruppo trimetrico a:b:c = x:1:y
$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	Sistema cubico f cc fc	Sistema tetragonale f cc	Sistema rombico f bc cc fc
$\alpha=\beta=\gamma \neq 90^\circ$		Sistema trigonale f	
$\alpha=\beta=90^\circ$ $\gamma=120^\circ$		Sistema esagonale f	
$\alpha=\gamma=90^\circ$ $\beta \neq 90^\circ$			Sistema monoclinico f bc
$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$			Sistema triclinico f

Nella tabella, scegliendo convenzionalmente come unità di misura la lunghezza dello spigolo b, si sono indicate con le lettere x ed y due lunghezze diverse fra loro (quando sono presenti entrambe) e diverse da 1. Gli altri simboli usati all'interno dei riquadri fanno riferimento alla cella elementare a forma di parallelepipedo ed hanno i seguenti significati: f si riferisce alla cella *fondamentale*, con atomi solo agli otto vertici; cc significa *a corpo centrato* e si riferisce ad una cella con un atomo nel centro del parallelepipedo, fc significa *afacce centrate*, con un atomo al centro di ciascuna delle sei facce del parallelepipedo ed infine bc significa *a basi centrate* e si riferisce alla cella in cui due facce, distinguibili dalle altre, sono da considerare basi di un prisma e presentano un atomo nel loro centro.

La tabella permette di vedere che accanto ai tre *gruppi* monometrico, di metrico e trimetrico si possono individuare sette *sistemi*, a ciascuno dei quali corrisponde una cella fondamentale; accanto alle sette celle fondamentali vi sono poi altre sette celle a corpo centrato, a facce centrate o a basi centrate, con le quali si porta a quattordici il numero dei reticoli detti di Bravais.

A proposito di questi ultimi si può notare che il nome di sistema esagonale sembra in contrasto con il fatto che la cella elementare, in cui gli spigoli *a* e *b* di lunghezza uguale sono inclinati fra loro di  $120^\circ$  ed il terzo spigolo è ortogonale al piano dei primi due, è un prisma a base rombica (pensabile come la combinazione di due triangoli equilateri con in comune un lato). Mettendo però assieme tre di questi rombi (o, corrispondentemente, i sei triangoli equilateri) si forma un esagono e così i tre prismi rombici danno luogo ad un prisma esagonale (da cui il nome del sistema), che risulta però a basi centrate, mentre non sono centrate le basi dei rombi.

Ciascun sistema si articola in *classi* ed il numero complessivo delle classi è 32. All'interno di ciascuna classe si possono avere poi diversi *gruppi spaziali*, il cui numero complessivo è 230. Un numero piuttosto elevato, come si vede, ma neppure troppo alto: la fantasia della natura nel disporre gli atomi ai vertici di reticoli ha un ferreo limite che le è imposto dalla geometria.

L'aspetto che più interessa in questa sede è quello della simmetria e, da questo punto di vista, la suddivisione nei sette sistemi è la più significativa: per ognuno di essi si ha una caratterizzazione in termini di assi di simmetria o di piani di simmetria. Gli elementi essenziali sono quelli riportati nella seguente tabella.

<b>Sistema</b>	<b>Assi e piani di simmetria</b>
cubico	4 assi ternari, 3 assi binari o 3 assi quaternari
esagonale	1 asse senario
trigonale	1 asse ternario
tetragonale	1 asse quaternario
rombico	3 assi binari o 2 piani perpendicolari intersecatisi in un asse binario
monoclino	1 asse binario, 1 piano
triclino	né assi né piani

Si desidera tuttavia ricordare quella che è stata definita una rivoluzione copernicana nel campo della cristallografia, in quanto basata su una modifica del punto di vista. Si tratta, cioè, di fare riferimento, anziché alle relazioni fra le posizioni occupate dagli atomi del reticolo, alle relazioni fra le fasi della trasformata di Fourier concernente i fenomeni di diffrazione dei raggi X e ciò ha permesso di dare una formulazione più generale della teoria dei gruppi di simmetria.

### *Altre simmetrie*

Come si è cercato di documentare, i problemi di simmetria sono di grande rilievo nello studio dei cristalli, che vengono appunto classificati in rapporto a come, nei loro reticoli, giocano gli operatori di simmetria.

La simmetria, però, si incontra anche in molte altre forme naturali, in vari esseri viventi. Si è già parlato della presenza di un piano di simmetria nell'uomo mentre molti animali inferiori e molte piante presentano una simmetria raggiata (senza il vincolo che gli assi di rotazione possano essere solo di tipo senario, quaternario, ternario o binario come invece devono essere, per esigenze di tassellatura, nei cristalli). Su tali argomenti, per altro largamente trattati, qui non si ritiene di soffermarsi e si chiude invece que-

sta nota ritornando ai primissimi esempi che si sono fatti, che sono quelli dell'architettura.

Come si è visto, spesso le facciate di templi, palazzi e chiese presentano una simmetria caratterizzata da un asse verticale (generalmente conservata nel resto dell'edificio come simmetria rispetto ad un piano verticale che prolunga quell'asse).

Qui però siamo a Venezia e piace ricordare che, nella loro architettura, i veneziani spesso hanno introdotto (come si vede nella Basilica di San Marco ed anche nel Palazzo Ducale) una certa rottura di simmetria, che fa pensare al tocco con il quale Lord Brummel, dopo essersi fatto comporre con la massima regolarità il nodo della cravatta da un domestico, disordinava leggermente quell'ordine troppo correttamente costituito.

In altri palazzi veneziani si ha invece una più ordinata rottura di simmetria, in quanto la facciata (si pensi alla Ca' d'Oro, ma il modello è abbastanza diffuso) risulta dalla giustapposizione di due parti non uguali, ciascuna delle quali è, in sé, simmetrica. In altre parole al corpo principale dell'edificio viene affiancata una sola ala (alla destra di chi guarda nel caso della Ca' d'Oro). Questo esempio di ordinata dissimmetria simmetrica, se mi si passa l'ossimoro, lo ho introdotto per passare a parlare di arti diverse, i cui prodotti si sviluppano nel tempo anziché nello spazio, quali la musica e la poesia. In fatto di musica si citano spesso i brani in cui una sequenza di note è ripetuta talora nello stesso ordine, talora in ordine inverso, con suggestivi effetti; meno frequente è forse il pensare negli stessi termini alla poesia rimata.

Limitandoci a considerazioni molto elementari si potrebbe iniziare con la terzina dantesca, con il suo succedersi di gruppi di tre rime uguali nelle sedi pari e nelle sedi dispari, con quello sfalsamento che consente allo schema di prolungarsi indefinitamente (a differenza di ciò che avviene nel tipo di terzina usata ad esempio da Cecco d'Ascoli). Diversa è la situazione per l'altro grande schema dei poemi di Pulci, Baiardo, Ariosto e Tasso, l'ottava rima continuamente chiusa dalla coppia di rime bacciate che la completa e riaperta dalle due terne di rime alternate. L'ottava, con il suo schema abababcc (come pure la sestina di analoga struttura, spesso usata anche dal Petrarca) fanno un po' pensare a quella dissimmetria dei palazzi veneziani con una sola ala affiancata al corpo centrale. Direi che ancora di più questa proprietà si ritrova nel sonetto, con una sorta di corpo principale, costituito dalle due quartine (massimamente simmetrico se lo schema è, come d'abitudine negli stilnovisti e in Petrarca, abba, abba: due quartine speculari formate ciascuna da due coppie di versi con rime pure speculari) cui si affianca la sola "ala" formata dalle due terzine per le quali troviamo gli schemi più svariati cde, cde oppure cde, edc, oppure cdc, dcd per non parlare che dei più frequenti, nei quali è agevole ritrovare l'azione dei vari operatori di simmetria (dalla traslazione all'inversione) che si erano incontrati parlando dei cristalli.

Ma qui è d'uopo che io mi arresti pago di aver parlato di cose che rientrano sia nell'ambito di interessi di coloro che si occupano di cristallografia sia in quello cui rivolgono la loro attenzione coloro che si occupano dell'arte dei cristalli e delle gemme, nonché delle letterarie fantasie che questi suggestivissimi oggetti hanno saputo suscitare. Pago di questo, dicevo, ma non meno timoroso della possibile accusa di eccessiva tendenza alla divagazione da parte dei primi o di quella (che, restando in tema, potrei definire simmetrica) di eccessiva attenzione ad impropri aspetti di tipo quantitativo, formulabile da parte di chi si interessa di arte e di letteratura.



## GHIRIBIZZO A PROPOSITO DELLE NOZIONI DI CAUSA FORMALE E DI ANALOGIA \*

*A Enrico Berti  
ed a Dànilo Mainardi*

### *Premessa*

Da diverso tempo avevo in animo di preparare una nota sulla possibilità di usare le nozioni aristoteliche di causa efficiente e di causa formale a proposito di taluni argomenti connessi alla teoria dei sistemi e del controllo che (per servirmi, sia pure un po' a malincuore, della terminologia burocratica ministeriale) costituisce l'oggetto del "settore scientifico disciplinare" in cui ho operato dai lontani tempi della mia laurea ad oggi.

In effetti (non saprei se solo a livello subliminale od anche con qualche barlume di consapevolezza) concepivo questa nota come una sorta di palinodia nei riguardi delle mie adolescenziali antipatie per Aristotele, per tutta la sua filosofia ed in particolare per le sue idee a proposito delle cause e della loro classificazione. Mi aveva entusiasmato, a quei tempi, l'affermazione di Petrus Ramus secondo la quale "*quaeque ab Aristotele dicta sunt, commenticia sunt*" e quando poi avevo letto la Storia della Filosofia Occidentale di Bertrand Russell, mi ero molto compiaciuto nel sentir dire a proposito di Aristotele, da una fonte che consideravo tanto autorevole, che "quando si cerca di capirlo, a volte si pensa che stia esponendo il punto di vista ordinario di un uomo digiuno di filosofia, e a volte che stia esponendo il platonismo con un vocabolario nuovo"<sup>1</sup>. In realtà l'Aristotele che non avevo amato era una figura fittizia che assomigliava assai più al galileiano Simplicio o al manzoniano Don Ferrante che al vero Aristotele.

A proposito della nozione di causa ritenevo di dover condividere le note argomentazioni di Hume, tanto spesso fatte proprie anche da molti filo-

---

\* In «Atti dell'IVSILA», 162 (2003-04), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, pp. 525-536.

<sup>1</sup> Cfr. BERTRAND RUSSELL, *Storia della Filosofia occidentale*, Longanesi, Milano, 1958<sup>3</sup>, pag. 261.

sofi successivi, in particolare del Novecento, e – tutto sommato – mi sembrava piuttosto soddisfacente l'impostazione di Kant, che fa della causa una categoria, e senz'altro rilevante l'atteggiamento comtiano di considerare l'idea stessa di causa come propria di uno stadio sorpassato della scienza<sup>2</sup> e la necessità di sostituirla con quella di "legge".

Credo inoltre che allora mi sembrasse inutilmente macchinosa la teoria delle quattro cause, non rendendomi conto del fatto che l'estensione semantica di una parola varia con il tempo e che l'uso oggi corrente di servirsi di termini corrispondenti alla parola italiana "causa" soprattutto (e forse esclusivamente) a proposito di quella che Aristotele chiama causa efficiente o motrice non autorizza a ritenere che sia sempre stato così e che ai tempi di Aristotele non fosse invece diffuso un impiego semanticamente più largo della parola greca che traduciamo in italiano con "causa".

Ma, come si dice, "la gioventù è una malattia da cui si guarisce ... se si sopravvive" e così oggi non nutro più i citati "giovenil furori" contro Aristotele ed in particolare contro la sua teoria delle cause e penso che su questo orientamento, più meditato, abbia influito la molta stima che provo per Enrico Berti e la lettura di varie sue cose (anche se non posso onestamente vantare di essermi cimentato con quelle più impegnative, limitandomi quasi sempre a suoi scritti rivolti ad un pubblico non specialistico).

In particolare, riflettendo su temi che si collegavano alle discipline di cui mi sono occupato "professionalmente", mi sono spesso soffermato sul tema dei "modelli", fossero essi concettuali, fisici o matematici, e mi è sembrato di poter individuare nei modelli matematici, come cercherò di argomentare nel seguito, aspetti che si possono collegare alla nozione aristotelica di causa formale.

È appunto a questo tema che pensavo di dedicare la nota che andavo concependo.

Più di recente, però, mi è avvenuto di leggere, con il consueto piacere, l'ultimo di quei volumi che Danilo Mainardi destina ad un pubblico non specialistico ma che non sono certo da confondere con libri, anche validi, di divulgazione "giornalistica" proprio perché sono opera (pur consapevolmente rivolta ad un pubblico che non ha in argomento competenze specifiche) di uno studioso che ha impegnativamente lavorato e profondamente meditato su quei temi e su quei problemi e non di persona che si sia accostata ad essi dall'esterno.

Sotto un titolo apparentemente un po' curioso<sup>3</sup>, vi si tratta il tema dell'analogia e della sua importanza nelle scienze biologiche (ma non solo in

<sup>2</sup> Lo stadio in cui la nozione di scienza poteva essere formulata con il verso "*Felix qui potuit rerum cognoscere causas*".

<sup>3</sup> Cfr. DANILLO MAINARDI, *Arbitri e Galline*, Mondadori, Milano, 2003.



quelle) e tale tema aveva fatto risuonare nella mia mente una corda alla quale sono molto sensibile, essendomi a lungo occupato, nel quadro dei miei citati interessi, di modelli “basati sull’analogia” (nel cui ambito si possono inquadrare – sia pure con una certa forzatura<sup>4</sup> – anche i calcolatori analogici di cui pure mi sono interessato negli anni Cinquanta e nei primi anni Sessanta di quello che ormai dobbiamo chiamare il secolo scorso).

Mi è così venuto spontaneo pensare di estendere il tema che avevo inizialmente concepito per la nota dando in essa adeguato rilievo al ruolo dell’analogia e, quindi, di dedicare la nota stessa anche a Dànilo Mainardi oltre che ad Enrico Berti.

### *Sistemi dinamici e loro modelli*

Nell’ambito della teoria dei sistemi la nozione di “sistema orientato” corrisponde alla sede, separata dall’ambiente che la circonda, di un complesso di fenomeni la cui evoluzione viene *caratterizzata* dall’andamento nel tempo di una o più grandezze, di specifico interesse nel particolare caso, dette *uscite* (in inglese *outputs*) mentre tale andamento è *influenzato* da sollecitazioni, dette *ingressi* (in inglese *inputs*), che l’ambiente esercita sul sistema in questione.

Per fare un esempio si pensi al caso di un’automobile: il guidatore (che fa parte dell’ambiente “esterno” a tale sistema orientato) influenza le gran-

---

<sup>4</sup> A questo proposito forse è il caso di chiarire che la parola “analogico” ha subito, nella seconda metà del ventesimo secolo, una rilevante evoluzione semantica: all’inizio essa era relativa alla corrispondenza di comportamento di sistemi di natura fisica diversa (come per esempio avveniva nel caso di modelli meccanici di fenomeni elettrici o viceversa). Siccome però in questi modelli si aveva generalmente a che fare con grandezze suscettibili di assumere qualsiasi valore all’interno di un intervallo di numeri reali, mentre in altri campi della tecnica si aveva a che fare con entità che parevano assumere solo valori discreti, l’aggettivo “analogico”, riferito a sistemi fisici, a loro modelli matematici od a segnali, ha acquisito un nuovo significato e cioè appunto quello concernente grandezze in grado di assumere qualsiasi valore reale (almeno entro un dato intervallo), che risulta contrapposto al significato dell’aggettivo “digitale” (o, meno felicemente, “numerico”) attribuito a sistemi e segnali in cui le grandezze in gioco possono assumere solo valori discreti (associabili a numeri interi o a numeri razionali rappresentati da stringhe di cifre di data lunghezza).

Il significato attribuito all’aggettivo “analogico” nel caso dei cosiddetti “calcolatori analogici” si collegava ad entrambe le interpretazioni citate: da un lato in quanto tale famiglia di calcolatori veniva contrapposta a quella dei calcolatori digitali (implicando quindi la contrapposizione di “continuo” a “discreto”), dall’altro in quanto, almeno all’inizio, tali calcolatori erano concepiti come una sorta di scatola di montaggio per la costruzione di un modello elettrico di fenomeni o sistemi di altra natura fisica (purché descrivibili in termini di equazioni differenziali ordinarie).

dezze per lui più interessanti del moto (tipicamente la distanza dal bordo e dal centro della strada e la velocità) agendo sul volante, sulla leva del cambio e sui pedali dell'acceleratore, della frizione e del freno: le azioni del guidatore su tali elementi meccanici sono gli *ingressi*, la velocità dell'automobile e la sua distanza dal bordo della strada sono le *uscite*.

Usando, in luogo dei termini “tecnicizzati” ingressi ed uscite, parole del linguaggio corrente si potrebbe ragionevolmente dire che le azioni esercitate dal guidatore attraverso i citati comandi sono “cause” (efficienti) i cui “effetti” più significativi sono, nel caso specifico, la velocità e la direzione dell'automobile.

I termini “causa” ed “effetto” hanno però un sapore vagamente metafisiceggiante che molta recente cultura scientifica e tecnica non ama e ciò spiega la citata adozione delle parole “ingressi” e “uscite” delle quali, quindi, ai fini di quello che ora dirò, continuerò a servirmi (come del resto vien fatto in varie scienze, dalla biologia, alla psicologia ed alla sociologia quando si parla di *stimoli e risposte*).

Riferiamoci, per comodità, ad un sistema con un solo ingresso ed una sola uscita: un esempio semplice, preso dalla tecnica, potrebbe esser dato da uno scambiatore di calore nel quale l'andamento nel tempo della portata del liquido riscaldante influenza l'andamento nel tempo della temperatura del liquido riscaldato. Per rappresentare sistemi di questo tipo ci si avvale solitamente di uno schizzo in cui il sistema orientato viene rappresentato da un rettangolo (Fig. 1) con una freccia entrante che rappresenta il suo ingresso ed una freccia uscente che rappresenta la sua uscita. Al sistema viene associato un “modello matematico” che può consistere nell'equazione (nel caso specifico un'equazione differenziale ordinaria non omogenea: ai fini di ciò che si dirà non è qui importante chiarire il significato di questi termini tecnici) che lega l'andamento nel tempo dell'ingresso a quello dell'uscita e che quindi permette di calcolare l'andamento dell'uscita a partire da quello dell'ingresso.

Dato il sistema ed il suo modello matematico (cioè l'equazione che ne descrive il comportamento) risulta quindi abbastanza ovvio che, per servirsi del linguaggio corrente ai fini di descrivere ciò che avviene, si dica che un certo andamento nel tempo dell'uscita ha come causa uno specifico andamento dell'ingresso.

In questo caso si tratterebbe di quel tipo di causa che le traduzioni italiane tradizionali dei testi di Aristotele chiamano efficiente (o motrice).

Però potremmo porci il problema da un altro punto di vista. Se si considera uno specifico, particolare andamento dell'ingresso, si pensa che esso agisca su vari sistemi (descritti da equazioni diverse) e si prende in esame la “risposta” (cioè l'uscita) di uno di questi, appare altrettanto lecito dire che il motivo (cioè la “causa”) per la quale quella grandezza di uscita ha quel particolare andamento in risposta all'(unico) ingresso considerato sta nel

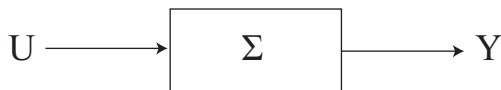


FIG. 1 - “Schema a blocchi” di un sistema dinamico orientato (con un solo ingresso ed una sola uscita): il sistema orientato  $\Sigma$  ha come ingresso la grandezza  $U$  e come uscita la grandezza  $Y$ .

fatto che il sistema la cui uscita assume quel particolare andamento è descritto da quella equazione (e non da equazioni diverse, come nel caso degli altri sistemi), cioè a quel particolare modello matematico.

Esiste dunque, ed appare lecito, un contesto in cui si dica che la causa di un certo effetto non è l’ingresso ma il modello matematico del sistema. In questo caso, però, non si tratterebbe di una causa efficiente ma di una causa che, fra quelle considerate da Aristotele, potrebbe ragionevolmente venir identificata nella causa formale.

Aristotele, per usare una terminologia alla moda (o, meglio, non più tanto alla moda), parlando delle cause nella Fisica<sup>5</sup>, fa, in fondo, un’analisi linguistica delle varie espressioni del greco del suo tempo in cui ci si poteva servire, in sensi diversi, della parola (traducibile in italiano con la parola “causa”, mettendo in evidenza quali erano questi differenti significati).

In questo stesso spirito mi sembra di poter dire che, in una presentazione qualitativa, a carattere didattico, dei concetti elementari della teoria dei sistemi dinamici “orientati”, sia possibile usare la parola “causa” in due sensi (ma anche in due contesti) diversi. Nel primo, dato il sistema, la causa (efficiente) di una certa risposta è l’andamento della grandezza di ingresso; partendo però dalla considerazione di uno specifico andamento dell’ingresso pare altrettanto lecito dire che la causa (formale) della corrispondente risposta del sistema va cercata nelle caratteristiche del sistema (cioè nella forma dell’equazione e nei valori dei suoi parametri).

### *L’analogia come effetto di una causa formale*

“Modelli” è una delle parole del linguaggio comune che hanno assunto significati tecnicizzati (diversi fra loro) in varie aree scientifiche. In matematica, ad esempio, la teoria dei modelli ha un significato (rigoroso) piuttosto diverso da quello che la stessa espressione generalmente assume nel campo dell’ingegneria in cui si riferisce soprattutto alla corretta costruzione di mo-

<sup>5</sup> Cfr. ARISTOTELE, *Fisica*, II, 3, 194 b 27. Per questa nota mi sono giovato dell’edizione, a cura di Luigi Ruggiu, apparsa nella collana Testi a Fronte della Rusconi, Milano, 1995, alle pagine 71 e seguenti.

delli fisici sui quali effettuare prove ed esperimenti non altrettanto facilmente eseguibili sul sistema originale (o quando questo non è stato ancora realizzato e gli esperimenti servono appunto al suo progetto).

Il tipo più tradizionale di “modelli” (con un significato che lo lega all’etimologia, da *modus* nel senso di “misura”) è quello dei modelli “fisici” ed in particolare dei modelli in scala, cioè di manufatti materiali che riproducono in scala ridotta l’oggetto (tridimensionale) originale e che servono a darne un’idea concreta anche a chi non abbia confidenza con le convenzioni del disegno tecnico.

Modelli fisici più elaborati sono quelli basati sulla cosiddetta similitudine, nei quali si ricorre a materiali diversi da quelli del sistema originale ed all’adozione di differenti scale per le diverse dimensioni, allo scopo di conservare un equilibrio fra forze che dipendono da una dimensione lineare (come le reazioni elastiche) o da una superficie (come le resistenze dovute all’attrito) o da un volume (come i pesi). In situazioni in cui siano coinvolte forze di tutti e tre questi tipi, se si adotta, ad esempio, una scala di riduzione ad 1/10 per le lunghezze, le superficie vengono ridotte ad 1/100 ed i volumi ad 1/1000 con conseguente alterazione degli equilibri fra le forze in gioco; per evitare questo inconveniente si può ricorrere ad opportuni accorgimenti, come potrebbero essere quelli corrispondenti ad imporre al modello opportuni valori dei coefficienti di attrito e della densità, diversi da quelli del sistema originale.

In altre situazioni sono stati utilizzati anche modelli fisici basati sul principio dell’*analogia*: ad esempio modelli idraulici per l’interpretazione di fenomeni elettrici e, inversamente, modelli elettrici (più facili da realizzare e da modificare) per la simulazione di fenomeni idraulici o meccanici o termici<sup>6</sup>.

Nel caso dei modelli analogici il modello rimane pur sempre un manufatto fisico ma la natura delle grandezze in gioco nel sistema originale e nel suo modello è diversa.

Si parla però di modelli anche quando non si ha a che fare con oggetti fisici: si può trattare di modelli “concettuali” (nei quali si individuano le grandezze di interesse nello specifico contesto e si dà conto di come queste si influenzino reciprocamente) e di veri e propri modelli “matematici” generalmente ottenuti da un modello concettuale attraverso una complessa

---

<sup>6</sup> In particolare per la modellizzazione di sistemi meccanici con sistemi elettrici (o viceversa) sono state proposte due “analogie” simmetriche: quella di Maxwell e quella di Firestone; in entrambe le grandezze caratterizzanti per il sistema meccanico sono forze e velocità e per il sistema elettrico tensioni (differenze di potenziale) e correnti, ma in una delle due analogie le tensioni, più intuitivamente, son fatte corrispondere a forze e le correnti a velocità, mentre nell’altra, con vantaggi (non trascurabili) di tipo diverso, le forze corrispondono alle correnti e le velocità alle tensioni.

serie di fasi di *formalizzazione* (corrispondenti ad ipotesi sulla forma analitica delle equazioni che legano le varie grandezze in gioco) e di *quantificazione* (corrispondenti ad attribuire precisi valori numerici ai coefficienti di tali equazioni); il modello matematico viene così messo a punto in fasi successive in cui si alternano i tentativi di metter sempre meglio a punto sia gli aspetti formali delle equazioni sia i valori quantitativi dei loro parametri e si potrebbe considerare non privo di suggestione pensare a questi due procedimenti come a qualche cosa che potrebbe essere descritto dalle famose espressioni vichiane “accertare il vero” ed “inverare il certo”.

Il modello matematico, in questo contesto, è ciò che hanno in comune il sistema originale ed un suo modello basato sull’analogia: differente è la natura fisica delle grandezze in gioco nell’uno e nell’altro, uguali le relazioni matematiche che legano fra loro gli andamenti nel tempo delle diverse grandezze sia nel “sistema vero” sia nel suo modello fisico (analogico).

Con riferimento al “modello matematico” la distinzione fra un sistema “fisico” originale ed il suo modello “fisico” basato sull’analogia, perde valore concettuale (anche se conserva un valore pratico e operativo): siamo in presenza di due o più sistemi fisici, diversi fra loro per ciò che riguarda la natura fisica delle grandezze in gioco, che però sono tutti descritti (almeno dal punto di vista che interessa) dallo stesso modello matematico. Ciascuno dei sistemi “fisici” di cui si è detto può dunque essere considerato un “modello basato sull’analogia” di qualsiasi altro dei sistemi fisici in questione, e viceversa.

In questo senso si può dunque dire che la “causa” (formale) della corrispondenza di comportamento fra i diversi sistemi fisici considerati è il (comune) modello matematico che li rappresenta e che l’analogia dei comportamenti è l’effetto di tale causa formale, ciò che giustifica pienamente l’interesse delle considerazioni sviluppate nel citato libro di Danilo Mainardi, di cui riporto qui, adottandole, le frasi conclusive: “*Giunto alla fine del libro, mi piace riassumerne il succo concettuale in un’unica unificante asserzione: le somiglianze quasi mai sono frutto del caso, anche quando riguardano fenomeni distanti e, soprattutto, indipendenti. Spesso c’è sotto qualche cos’altro. Qualcosa che può essere utile, oltre che interessante, conoscere*”.

Nel caso, certo particolare, dei sistemi orientati cui mi sono riferito, quello che “c’è sotto” e che è certamente utile ed interessante conoscere, è il comune “modello matematico”.

Il discorso può continuare a valere anche ove non ci si riferisca a modelli matematici *stricto sensu* ma a “modelli formali” di tipo più generico, come quelli che abitualmente vengono detti “modelli concettuali”.

*Considerazioni sulla struttura del grafo delle relazioni*

Un certo tipo di deformazione professionale, di cui dirò fra poco, mi induce però a cercar di vedere se si possa parlare di causa (formale) anche a proposito di qualche cosa che è indubbiamente al di sotto del modello matematico “vero e proprio”, inteso come una rappresentazione perfettamente formalizzata e correttamente quantificata.

La deformazione professionale deriva dal fatto che il campo nel quale ho cominciato a lavorare giusto mezzo secolo fa e che è rimasto il settore principale dei miei interessi è quello dei sistemi a retroazione (in inglese *feedback*).

Mi sono avvicinato a questo settore con riferimento ai problemi di controllo automatico industriale, in cui si ha a che fare con un *impianto* (un motore elettrico, uno scambiatore di calore, una raffineria, una centrale termoelettrica, passando da casi molto semplici a casi via via più complicati) in cui si svolge un *processo* che si vuole *controllare*, cioè al quale si vogliono imporre determinati comportamenti. Allo scopo si prelevano informazioni sul processo (per esempio sui valori delle sue grandezze d'uscita), le si confronta con i valori che si vorrebbe tali grandezze assumessero e si elabora tale informazione in modo da ottenerne indicazioni su come agire sul processo (per esempio variando la tensione applicata al motore elettrico o la portata del fluido riscaldante nello scambiatore o, comunque, agendo in modo opportuno sulle numerose grandezze “intermedie” che influenzano, nelle varie fasi del processo stesso, il suo risultato finale, quali le caratteristiche dei prodotti forniti dalla raffineria, la tensione e la frequenza della potenza che la centrale immette nella rete di trasporto e distribuzione dell'energia elettrica etc.).

In questi casi si hanno uno o più anelli di retroazione, cioè situazioni nelle quali le diverse grandezze in gioco si influenzano reciprocamente: in ciascuna coppia di tali grandezze, una di esse influenza l'altra, secondo un determinato percorso nella catena delle cause e degli effetti, e l'altra, secondo un percorso complementare, influenza a sua volta la prima.

Nel controllo automatico industriale si ha una situazione un po' particolare perché, da molti punti di vista, l'impianto da controllare ha un'importanza prevalente rispetto alla strumentazione ausiliaria attraverso la quale si esercita il controllo. In altri campi (dei quali mi sono recentemente occupato anche in una recente nota presentata in questa stessa sede<sup>7</sup>) si ha invece a che fare con due (sotto)sistemi di ugual rilievo che si influenzano reciprocamente.

La consuetudine con sistemi di questo tipo mi ha portato a dare rilevanza alla presenza di anelli di retroazione nel grafo orientato che rappresenta i le-

<sup>7</sup> Cfr. LEPSCHY A.-VIARO U., *Modelli di influenza reciproca* (Mutual causality), Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Tomo CLIX (2000-2001), parte II, 2001, pp. 387-401.

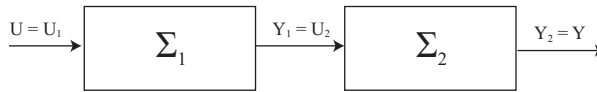


FIG. 2a - Combinazione (aciclica) di due sottosistemi “in cascata”: il sistema orientato complessivo di ingresso  $U = U_1$  e di uscita  $Y = Y_1$  è formato applicando l'uscita  $Y_1$  del sottosistema  $\Sigma_1$  come ingresso  $U_2$  al sottosistema  $\Sigma_2$ .

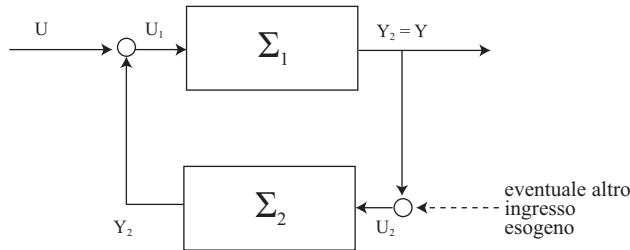


FIG. 2b - Combinazione (ciclica) di due sottosistemi “in retroazione”: il sistema complessivo ha, come ingresso, la grandezza  $U$  e, come uscita, l'uscita  $Y = Y_1$  del sottosistema  $\Sigma_1$  il sottosistema  $\Sigma_2$  ha come ingresso  $U_2$  l'uscita  $Y$  del sistema complessivo (eventualmente combinata con altro ingresso esogeno); la sua uscita  $Y_2$  viene combinata con l'ingresso  $U$  per formare l'ingresso  $U_1$  del primo sottosistema.

gami fra le grandezze in gioco. Nei sistemi rappresentati da grafi ciclici (cioè in cui sono presenti anelli di retroazione) possono avvenire (e di fatto hanno luogo) fenomeni sostanzialmente diversi da quelli che si manifestano in sistemi in cui gli stessi elementi sono collegati fra loro mediante grafi aciclici (cioè in cui non sono presenti anelli di retroazione). Ciò indipendentemente dalle relazioni funzionali che corrispondono a ciascun ramo (orientato) del grafo.

Vi è dunque qualche cosa che dipende dalla “forma” di tale grafo e che lo caratterizza anche nella fase preliminare in cui non si è ancora associato un vero e proprio modello matematico (ben formalizzato e completamente quantificato) a ciascuno dei rami del grafo.

Ha dunque senso dire, almeno in un certo contesto, che la presenza di anelli di retroazione in un grafo è la “causa” (evidentemente formale) del manifestarsi di certe caratteristiche comportamentali dei sistemi rappresentati da quei grafi e che non si verificano invece nei sistemi i cui “sottosistemi” corrispondenti a ciascun ramo del grafo sono collegati fra loro secondo uno schema aciclico.

In un caso molto semplice, quale quello di Fig. 2, lo schema a blocchi formato da due sottosistemi in cascata (Fig. 2a) presenta caratteristiche di comportamento sostanzialmente diverse da quelle del sistema corrispondente allo schema di Fig. 2b in cui gli stessi sottosistemi sono invece collegati in modo da formare un anello di retroazione.

Siamo quindi di fronte ad una situazione in cui la “causa formale” del

modo di comportarsi del sistema complessivo dipende sostanzialmente dalla forma del grafo (senza o, rispettivamente, con un anello di retroazione) e non richiede necessariamente conoscenze più approfondite quali quelle che potrebbero riguardare la forma analitica dei modelli matematici dei due sottosistemi componenti.

### *Conclusioni*

In questa nota si è cercato di mostrare come, in molti casi, una proprietà di grande significatività ed interesse, quale l'*analogia*, possa essere ricondotta al fatto che i sistemi "reali" analoghi sono rappresentati da uno stesso modello "astratto" (tanto meglio, ma non necessariamente, se tale modello astratto è un vero e proprio modello matematico).

Si è altresì cercato di mostrare come il modello astratto associabile a certe realtà possa svolgere funzioni che ben si adattano ad un'interpretazione, pur non tradizionale, della "causa formale" di aristotelica memoria.



## MODELLI MATEMATICI E PREVISIONE \*

### *Modelli descrittivi, esplicativi e predittivi*

Galileo, a conclusione dei suoi esperimenti in cui faceva scorrere una bilia lungo un piano inclinato, ha notato che la lunghezza dei tratti percorsi dalla bilia in intervalli di tempo uguali aumentano come i numeri *caffi* (cioè dispari).

In altre parole se in un primo intervallo di durata  $T$  viene percorso un tratto di piano inclinato di lunghezza  $L$ , nel successivo intervallo di uguale durata viene percorso un tratto di lunghezza  $3L$ , nel terzo un tratto di lunghezza  $5L$  e così via.

Associando ai valori del tempo alla fine di ciascuno di tali intervalli la lunghezza dei tratti complessivamente percorsi dalla bilia, si può allora compilare la seguente tabella:

- all'istante  $T$  la lunghezza complessiva del tratto percorso è  $L$
- all'istante  $2T$  la lunghezza complessiva del tratto percorso è  $4L$
- all'istante  $3T$  la lunghezza complessiva del tratto percorso è  $9L$

e così continuando.

Balza all'occhio che 4 è il quadrato di 2 e 9 quello di 3 e ciò suggerisce di esprimere la legge di moto nella forma:

- all'istante  $kT$  la lunghezza complessiva del tratto percorso è  $k^2L$

dove  $k$  è un numero intero<sup>1</sup>.

Questa, a sua volta, può essere generalizzata scrivendo:

$$l = b t^2 \quad (*)$$

dove  $l$  e  $t$  sono da intendersi come numeri reali (non necessariamente multipli di  $L$  e di  $T$ ).

---

\* In *Il Futuro. Previsione, proposito e profezia. Relazioni presentate al convegno interdisciplinare di studio (Venezia, 19-21 ottobre 2000)*, a cura di A. LEPSCHY e M. PASTORE STOCCHI, Venezia 2006, pp. 61-76.

<sup>1</sup> Del resto era ben noto, fin dai tempi dell'aritmo geometria dei Pitagorici, che partendo da un numero quadrato, i numeri quadrati successivi si ottengono aggiungendo man mano gli gnomoni che corrispondono a numeri dispari consecutivi.

Infatti, ponendo  $h = L/T^2$ , si ottiene

$$\begin{aligned} l &= L & \text{per } t &= T \\ l &= 4L & \text{per } t &= 2T \\ l &= 9L & \text{per } t &= 3T \end{aligned}$$

e cioè proprio i risultati delle misure fatte.

La (\*) può venir impiegata per interpolare ed anche per estrapolare i risultati dell'esperimento e cioè per calcolare la lunghezza  $l$  del percorso compiuto dalla bilia che scende lungo il piano inclinato in corrispondenza a qualsiasi istante  $t$  (non solo compreso fra 0 e  $3T$  ma anche successivo a  $3T$ ).

La formula può anche essere utilizzata per calcolare l'istante  $t = \sqrt{l/h}$  in cui la lunghezza del percorso della bilia ha assunto il valore  $l$ .

Si è ottenuta così una legge *empirica*, suggerita (mediante un procedimento induttivo che, come tale, è in qualche misura arbitrario) dai risultati degli esperimenti compiuti e la sua attendibilità può essere *corroborata* mediante successivi esperimenti, relativi a piani di inclinazione diversa, a bilie di altro peso, a differenti lunghezze del piano inclinato.

In un contesto più esteso (ed avvalendoci del "senno del poi", cosa che non poteva fare Galileo) si osserva che questa legge empirica è coerente con i risultati di un'impostazione *assiomatica*, che includa anche altre leggi suggerite, per induzione, da fatti sperimentali ma assunte – nel contesto in cui ci si pone – come ipotesi, e nell'ambito della quale si definiscano le nozioni di forza, di velocità istantanea e di accelerazione istantanea, si adotti la legge di Newton secondo la quale l'accelerazione è proporzionale alla forza tramite la massa, si consideri (praticamente) costante la forza di gravità nella limitata regione dello spazio in cui si compie l'esperimento, si ammetta la decomposizione delle forze con la regola del parallelogrammo e quant'altro occorra allo scopo. In questo contesto la costante empirica  $b$ , che appare nella (\*), verrà interpretata come la metà dell'accelerazione (costante) che si manifesta nel moto uniformemente accelerato, a sua volta legata, tramite l'inclinazione del piano, all'accelerazione di gravità  $g$  che caratterizza il moto di caduta libera lungo la verticale.

Una caratteristica essenziale che gli esperimenti, come quello di Galileo, debbono presentare per poter costituire la base di una legge empirica (*modello descrittivo*), anche ai fini del suo inquadramento in una teoria generale, dando così luogo a quello che si può considerare un *modello esplicativo* (o *interpretativo*) del fenomeno, è la loro *riproducibilità*, che nel caso specifico è garantita dagli accorgimenti che Galileo adottava per rendere trascurabili gli attriti e che egli stesso descrive in termini efficacissimi<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Sarà sufficiente, qui, riportare la nota frase tratta dai *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuove scienze attenenti alla Meccanica & i Movimenti Locali* ove,

A questo punto un *modello descrittivo* (inquadrate in un conveniente contesto *esplicativo*) può essere legittimamente utilizzato anche come un *modello predittivo*, da impiegare per la determinazione della posizione che la bilia avrà raggiunto in un dato istante o dell'istante in cui raggiungerà una data posizione.

### *Limiti dei modelli predittivi*

Queste caratteristiche dei modelli *descrittivi* (di esperimenti attendibili e riproducibili svolti nell'ambito della cosiddetta fisica sperimentale "classica"), *interpretativi* (in un contesto assiomatico più generale, come tipicamente quello della meccanica razionale) e *predittivi* (anche ai fini pratici delle scienze applicate) possono apparire, a prima vista, caratteristiche necessarie di tutte le leggi fisiche, molte delle quali spesso impieghiamo per prevedere con sicurezza determinati fenomeni; per esempio quelli legati ai moti della terra intorno al sole ed intorno al suo asse, il che ci permette di determinare con esattezza a che ora "sorgerà il sole" in un dato punto della terra, in un dato giorno futuro, anche con un anticipo temporale *enormemente maggiore* di quello entro i quali si possono considerare accettabili previsioni relative a fenomeni d'altro tipo.

Usando una terminologia un po' più astratta, tale convinzione concernente la validità predittiva delle leggi fisiche potrebbe essere formulata dicendo che essa corrisponde alla tesi secondo la quale, dato lo "stato iniziale" (cioè, per far riferimento all'esempio considerato, "assegnate la posizione e la velocità della bilia in un istante  $t_0$ "), dovrebbe essere sempre possibile determinare lo stato futuro del sistema (cioè, per continuare a riferirci all'esperimento sul piano inclinato, la posizione e la velocità della bilia in un istante  $t$  successivo a  $t_0$ ); è questo, del resto, il senso della famosa affermazione di Laplace<sup>3</sup> della cui scarsissima portata pratica, del resto, egli stesso

---

parlando del "cannellino" lungo il quale far discendere la bilia, Galileo dice: "Tirato drittissimo, e, per averlo ben pulito e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo". Del resto anche nella seconda giornata del *Dialogo* [...] *sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico, e copernicano*, pur riferendosi ad un esperimento mentale, Galileo parlava di "una superficie piana, pulitissima come uno specchio e dura come l'acciaio" e di "una palla perfettamenteamente rotonda ed un piano esquisitamente pulito, per rimuover tutti gli impedimenti".

<sup>3</sup> La proposizione di Laplace (esposta nell'*Essai Philosophique sur les Probabilités*, Paris, Courcier, 1814) è formulata come segue: "Un'intelligenza che, per un istante dato,

era consapevole. Oggi, però, ci dobbiamo render conto che non è sempre legittima la convinzione di stampo laplaciano della prevedibilità dei fenomeni descritti dalle leggi fisiche.

Anzitutto, come è ben noto, la fisica quantistica considera fenomeni per i quali valgono modelli di tipo probabilistico, né hanno avuto successo, almeno finora, i tentativi auspicati da Einstein, di individuare per tali fenomeni leggi deterministiche secondo le quali gli eventi in questione sarebbero gli effetti di “variabili nascoste”, cosicché la previsione “sicura” sarebbe possibile ove i valori di tali variabili fossero noti.

Ma anche nell’ambito della fisica classica si manifestano situazioni che non consentono di prevedere con la precisione voluta l’evoluzione del sistema allo studio; si tratta, in particolare, di quelle situazioni di forte *sensibilità alle condizioni iniziali* che tanto interesse hanno riscosso, anche presso un largo pubblico, per la loro rilevanza nei fenomeni del cosiddetto *caos deterministico*.

Senza addentrarci nella problematica riguardante i sistemi caotici, che verrà trattata nella relazione di Luciano Pietronero, basterà ricordare quanto avviene anche in sistemi “radizionali” per esempio riferendoci alla prevedibilità o meno dell’urto fra due molecole di un gas (con conseguenze ovviamente sostanziali per la loro traiettoria futura) in rapporto a differenze esigue della posizione e della direzione iniziale attribuite all’una od all’altra di esse, il che però non ci impedisce di fare previsioni attendibilissime sulle proprietà statistiche di un insieme molto numeroso di molecole e conseguentemente sulle proprietà “globali” di una data quantità di gas, quali la temperatura, la pressione ed il volume occupato.

Un altro esempio che spesso si cita è quello del movimento di una biliarda su di un biliardo (pur se si prescinde dalle irregolarità degli attriti); anche in questo caso piccolissime differenze della posizione della biliarda o della direzione del suo moto in un determinato istante fanno sì che, ben presto, le traiettorie si diversifichino in misura apprezzabile ed in particolare che, dopo un po’, si modifichi l’ordine secondo il quale vengono toccate in successione le quattro pareti del biliardo: tipicamente piccole deviazioni da una traiettoria ideale diretta verso una buca d’angolo fanno sì che venga toccato prima il lato corto e poi il lato lungo connessi a quell’angolo, oppure viceversa; dopo un certo numero di rimbalzi non è più prevedibile l’ordine secondo il quale verranno toccati i quattro lati del tavolo.

Anche i fenomeni meteorologici e climatici, dei quali tratterà la rela-

---

conoscesse tutte le forze da cui la natura è animata e la situazione rispettiva degli esseri che la compongono, se fosse abbastanza vasta da sottoporre questi dati ad analisi abbraccerebbe nella stessa formula i moti dei corpi più grandi dell’universo e quelli dell’atomo più leggero: per essa non ci sarebbe nulla d’incerto, e il futuro come il passato sarebbe presente ai suoi occhi. Lo spirito umano offre, nella perfezione che ha saputo dare all’astronomia, solo un barlume di tale intelligenza”.

zione di Alessandro Marani e che, per molti loro aspetti, si prestano ad essere interpretati con modelli di tipo caotico, ci offrono esempi quotidiani della difficoltà di previsioni attendibili pur rimanendo in un campo in cui, a livello scientifico, si ritiene operino solo leggi fisiche deterministiche, anche se parrebbero ispirate da convinzioni diverse le pratiche, un tempo diffusissime ma neppure oggi neglette, di carattere religioso o magico per impetrare il fenomeno meteorologico auspicato<sup>4</sup>.

Curiosamente caratteristiche opposte presenta un'altra tematica che ha suscitato anch'essa, accanto al qualificato interesse di seri studiosi, quello di un pubblico non specialistico e facilmente influenzabile dalle divulgazioni non sempre corrette di certo giornalismo. Si tratta precisamente dell'auto-organizzazione critica di molti sistemi complessi il cui prototipo più semplice e più noto è quello del mucchio di sabbia (*sandpile*), che tende ad assumere comunque la stessa forma conica. Si tratta di sistemi complessi, con moltissimi gradi di libertà, che tuttavia, a causa del livello di autoorganizzazione raggiunto, sono pochissimo sensibili alle condizioni iniziali ed al contorno, nonché ai disturbi che possono perturbarli, tendendo ad uno stato critico che presenta la caratteristica frattale della ripetizione della medesima struttura a diverse scale spaziali.

Una situazione di questo genere è ravvisabile in molti fenomeni naturali e, in un certo senso, si configura come l'opposto del caos deterministico: mentre in questo le leggi sono deterministiche ma minime variazioni delle condizioni iniziali o minime perturbazioni rendono imprevedibile l'andamento futuro, nei sistemi che ammettono un modello del tipo *sandpile* molte caratteristiche dell'assetto futuro sono prevedibili con sicurezza nonostante l'intrinseca aleatorietà delle condizioni iniziali e delle non trascurabili perturbazioni.

---

<sup>4</sup> Ovviamente le pratiche di tipo magico si basano su teorie, più o meno esplicite, secondo le quali l'uomo può influire sui fenomeni della natura. Diverso è il discorso per le pratiche religiose con le quali il credente chiede a Dio, direttamente o con la mediazione dei Santi (nel caso dei culti cristiani), un intervento per conseguire determinati obiettivi. Chi scrive non ha la competenza teologica per entrare nel merito ed in particolare per chiarire se si tratti di impetrare un vero e proprio miracolo o non invece un intervento che non alteri l'ordine naturale delle cose; tuttavia ritiene di poter esternare l'impressione secondo la quale chi segue una processione destinata ad ottenere la pioggia dopo un lungo periodo di siccità riterrebbe di non chiedere un miracolo consistente in una sospensione delle leggi naturali (come il fermare il sole per consentire a Giosuè di completare la sua vittoria) quanto il favore di un fenomeno che, in qualche modo, è nell'ordine naturale delle cose: quello per il quale "non si muove foglia che Dio non voglia"; in ciò sarebbe sottintesa una visione degli eventi meteorologici secondo la quale questi sarebbero influenzati (direttamente e caso per caso) dall'intervento divino, che del resto lo stesso Newton riteneva continuamente indispensabile per conservare l'equilibrio cosmico nell'attuale assetto.

Un'altra considerazione da farsi, a proposito della prevedibilità (o meno) degli esiti di un fenomeno, è che la tesi laplaciana può valere (se la sensibilità alle condizioni iniziali non è eccessiva) solo nel caso di *sistemi isolati* in cui, cioè, non si abbiano scambi di energia o di materia con l'ambiente ad essi esterno (si noti, in proposito che se, con Laplace, si prende in considerazione l'intero universo, non si ha a che fare, per definizione, con un ambiente ad esso esterno con il quale siano possibili scambi di materia o di energia).

Nel caso di un *sistema aperto*, invece, le cose vanno in maniera sostanzialmente diversa, e non solo nella situazione (tipica della biologia ed ovviamente di grandissimo interesse) di sistemi che possono prelevare dall'ambiente la materia e l'energia di cui abbisognano. Qui ci si può limitare, infatti, alla situazione di sistemi descritti adeguatamente da modelli deterministici e con effetti trascurabili dell'incertezza sulle condizioni iniziali, quando però non si è in grado di prevedere le sollecitazioni "dall'esterno" che il sistema aperto considerato potrà subire. L'esempio più banale può essere quello di un pallone calciato da un attaccante verso la rete avversaria: la traiettoria del pallone, a partire dai valori assunti da posizione e velocità dopo il calcio ricevuto, ci appare prevedibile (almeno in linea di massima: non è facile, infatti, tener conto del cosiddetto "effetto"), ma l'esito previsto viene alterato se il piede di un difensore o il pugno del portiere arriveranno a toccare il pallone, facendolo deviare dalla traiettoria impressagli; in una situazione di questo tipo per fare una previsione non potremmo limitarci allo "stato iniziale" del pallone, subito dopo il calcio impressogli dall'attaccante, ma dovremmo tener conto anche di quanto possono fare i difensori della squadra avversaria.

La difficoltà (o, al limite, l'impossibilità) di prevedere le sollecitazioni esterne è inevitabile altresì in sistemi che facciano parte (come sottosistemi) di strutture che siano da considerare, quanto meno, *complicate*, cioè formate da parecchie parti interagenti (anche se non necessariamente *complesse*, quale che sia il significato preciso che si vuole attribuire a questa parola, generalmente riferita all'emergenza di caratteristiche di comportamento "nuove" rispetto a quelle delle singole parti componenti, individualmente considerate).

Più precisamente in un sistema formato da un certo numero di sottosistemi interagenti può essere facile determinare quale sarebbe l'evoluzione di ciascun sottosistema se non subisse le azioni degli altri; tuttavia può riuscire proibitivo determinare gli effetti, sul singolo sottosistema, di azioni esercitate su di esso dagli altri sottosistemi tenendo conto che tali azioni, a loro volta, sono le "risposte" degli altri sottosistemi ad azioni esercitate su di essi dal sottosistema che si sta considerando. Come è noto, la fisica classica ha dato, con il *problema dei tre corpi*, un esempio di situazione di questo tipo che, del resto, si verifica in un sistema neppure troppo complicato.

D'altra parte vi sono anche situazioni in cui la previsione a tempo breve è impossibile ma quella a tempo lungo è sicura.

Probabilmente sarebbe di cattivo gusto ricordare che, forse con un po' di forzatura, si può far rientrare fra tali situazioni quella per la quale non è possibile prevedere l'istante della morte di un essere vivente mentre si può dare per certo che la morte prima o poi sopravvenga.

Maschereremo dunque questa situazione con le parole del poeta:

Lungi dal proprio ramo,  
 povera foglia frale,  
 dove vai tu?  
 [...]  
 Vo dove ogni altra cosa,  
 dove naturalmente  
 va la foglia di rosa,  
 e la foglia d'alloro.

Se prendiamo questi versi non come una metafora ma come una descrizione di ciò che avviene quando una foglia si stacca dalla pianta, in una giornata di vento, possiamo dire che, in questo caso, la proiezione del moto della foglia su un piano orizzontale non è facilmente prevedibile e che non lo è neppure quella su un asse verticale (in quanto non corrisponde ad una costante perdita di quota perché la foglia, nel suo movimento, può anche risalire) ma il moto della foglia è certamente destinato a concludersi al livello del suolo. E lo stesso si può dire per i fiocchi di neve (che pur sembrano turbinare senza una preferenza evidente per il moto verso il basso), o per le particelle d'acqua nel gorgo di un torrente, che si spostano in tutte le direzioni ma prima o poi (prescindendo dall'evaporazione) sono destinate a scendere a valle ed a raggiungere il mare.

Per tornare da questi esempi suggestivi a considerazioni suscettibili di una rigorosa impostazione formale (anche se qui non si seguirà tale via), la meccanica non lineare fornisce istruttivi esempi di sistemi deterministici che, in una data regione del loro "spazio degli stati", presentano una fortissima sensibilità alle condizioni iniziali talché, raggiunta tale regione, da punti vicinissimi si dipartono traiettorie che, nel breve, divergono apprezzabilmente ma poi, quando – seguendo l'una o l'altra di queste traiettorie – si sia usciti da tale regione, la sensibilità alle condizioni iniziali è molto più ridotta, cosicché da punti vicini si dipartono traiettorie che si conservano vicine. In tal caso la previsione del moto del sistema è molto difficile per i tempi brevi (durante i quali la traiettoria continua a svilupparsi all'interno della regione con forte sensibilità alle condizioni iniziali) mentre la previsione diventa agevole, con riferimento a tempi più lunghi, se la traiettoria, uscita dalla regione considerata, si avvia senza incertezze verso un punto di equilibrio.



Riassumendo si può dire che, anche nell'ambito delle scienze *hard*, e della più tipica di esse che è la fisica, si incontrano:

- fenomeni descrivibili solo mediante *modelli stocastici* (la cui evoluzione è prevedibile solo in termini probabilistici),

- fenomeni descritti da *modelli deterministici* fra i quali, però, ve ne sono

- alcuni in cui la previsione è possibile (con l'accuratezza necessaria) sia *nei tempi brevi*, sia *nei tempi lunghi*,

- altri per i quali una previsione accurata è possibile solo *per tempi brevi* (dato che, dopo un po', le traiettorie uscenti da punti anche molto vicini, e quindi confondibili fra loro, divergono apprezzabilmente), ma anche

- altri in cui è ragionevolmente sicura solo la previsione relativa *ai tempi lunghi* o all'assetto finale.

Inoltre l'imprevedibilità di una evoluzione si può verificare, nel caso deterministico, oltre che

- quando si manifesta la citata *forte sensibilità alle condizioni iniziali* (che del resto non si possono mai conoscere con precisione assoluta) anche

- quando il modello del fenomeno è ben noto ed attendibile (e sufficientemente *robusto* nei riguardi dell'incertezza con cui sono note le condizioni iniziali) per effetto della impossibilità di prevedere le *cause esterne* che nel futuro influenzeranno il fenomeno stesso.

Interessante, in proposito, è il fatto che esistano parecchi fenomeni per i quali – a differenza di quelli quantistici – vengono accettati, *concettualmente*, modelli deterministici e che tuttavia vengono assunti come archetipi di fenomeni probabilistici.

Tipico è il caso del lancio di un dado (il cui nome latino, *alea*, come è ben noto, è all'origine della parola *aleatorio* con la quale si indicano, anche in gergo tecnico, i fenomeni in questione): il gesto iniziale del lanciatore può sembrare sempre lo stesso eppure le minime differenze dell'assetto e della velocità di ciascun dado al momento del lancio fanno sì che l'esito finale non possa essere previsto a priori, nonostante le persone con qualche conoscenza di fisica elementare non possano non essere convinte che il moto del dado sia governato da leggi fisiche per le quali solitamente si accettano modelli *filosoficamente* deterministici.

### *La previsione nelle scienze dell'uomo e della società*

Che cosa si potrà dire, in rapporto a problemi del tipo considerato, con riferimento a sistemi da considerare “non fisici” (nel senso stretto del termine o anche in nessun senso, come per esempio i sistemi economici)? Che cosa si potrà dire, in particolare, dei fenomeni che riguardano le scienze della vita, dell'uomo e della società? Di questi ultimi parlerà Alberto Me-



lucchi e, tuttavia, anche nel quadro di questa relazione si svolgerà qualche considerazione in proposito, sia pure da un punto di vista diverso.

Non è qui il caso di affrontare il discorso relativo alle scienze biologiche. Anche adottando un'impostazione rigidamente riduzionistica, non si può negare che, in queste, si abbia a che fare con sistemi complessi per i quali valgono in larga misura le considerazioni sulla possibile inadeguatezza dei modelli predittivi, che del resto, come si è detto, si manifesta anche in campo fisico. Considerazioni relative alle scienze della vita, anche se sotto un profilo diverso da quello qui accennato, verranno presentate nella relazione di Pier Luigi Luisi e, per quanto riguarda le applicazioni di quelle scienze in campo medico, ed in particolare per la prognosi, nella relazione di Cesare Scandellari.

Qui si cercherà invece di svolgere alcune considerazioni a proposito delle scienze dell'uomo e della società, nell'ambito delle quali il desiderio di fare delle previsioni è sempre stato vivissimo, tanto che la constatata difficoltà (o forse impossibilità) di farne di attendibili su basi razionali ha da sempre alimentato la credulità nell'astrologia o in altre forme di divinazione (ed anche, almeno per talune di esse, il desiderio di giustificare tali previsioni in un contesto che ha spesso ambito a configurarsi come razionale; in proposito si rinvia alle relazioni di Manlio Pastore Stocchi e di Graziella Federici Vescovini).

Molti pensatori, da Vico a Marx, per non parlare che di quelli meno lontani temporalmente da noi, hanno concepito sistemi di interpretazione della storia che, se l'analogia non è troppo azzardata, potrebbero far pensare a modelli (per lo meno qualitativi) consistenti in *sistemi isolati*, che hanno iscritta in se stessi la legge della loro evoluzione. Tali sono i "modelli" di tipo ciclico, come quello dei corsi e ricorsi vichiani, che possono far pensare all'alternarsi delle stagioni e, quindi, al moto della terra intorno al sole. Ma tali sono anche i modelli di tipo evolutivo, come quelli di Hegel o di Marx (o, più precisamente, varie loro volgarizzazioni correnti) ed altresì quelli, ancor più frequenti ed antichi, che interpretano ciascun fenomeno storico come una sorta di moto parabolico in cui, in analogia con il singolo essere vivente, si attraversano le successive fasi di crescita, di maturità e di decadenza.

C'è anche un modo diverso di vedere le cose. Potremmo infatti pensare ad una sorta di analogia con quei *sistemi aperti* i quali rispondono a sollecitazioni che non è facile prevedere secondo leggi che però dipendono dalle loro caratteristiche intrinseche. In tal caso si potrebbe essere in grado di sapere come una società risponderebbe a determinati stimoli ma non di sapere a quali di essi verrà sottoposta né quando questi potranno manifestarsi.

Così si può dire (sia pure con una certa forzatura) che Machiavelli ritenga si possa prevedere che cosa avverrà, in un dato contesto, se un "principe" si comporterà da *golpe* o se invece si comporterà da *lione* e, quindi,

quando converrebbe esser *golpe* e quando *lione*, anche se poi si è costretti a riconoscere che un uomo, anche eminente, per sua natura è o *golpe* o *lione* e quindi l'azione, che intraprenderà in conformità a tale sua natura, potrà avere esito felice oppure no, a seconda che le circostanze richiedano il comportamento che gli viene spontaneo oppure quello contrario.

Si può esser scettici sulla capacità di agire in modo non conforme alle proprie tendenze ma se ne potrebbe sempre dedurre la possibilità, per un osservatore esterno e in qualche misura disinteressato, di prevedere l'esito di un intervento, purché questo osservatore sia in grado di rendersi conto se le circostanze richiedano un atteggiamento volpino o non invece leonino e di capire se chi interviene abbia o no il temperamento adatto per il tipo di azione che le circostanze richiederebbero.

Rimane il fatto che con queste, più o meno ingenue, più o meno astratte, "filosofie della storia"<sup>5</sup> riesce più agevole *interpretare* il passato che *prevedere* il futuro, come del resto viene spesso detto anche a proposito dell'economia (ma dei limiti, ed in particolare dei "rischi", della previsione in economia si tratterà nella relazione di Ignazio Musu).

Si può ricordare che, ironicamente, si è parlato in tal caso di "prevedere il passato" e che, per una problematica affine, è stato introdotto il termine di *retrodizione* (o di *postdizione*). Però con *retrodizione* si intende, generalmente, il tentativo di ricostruire un passato non noto a partire dalla conoscenza della situazione attuale e delle leggi che hanno portato ad essa. Nel caso che qui si considera, invece, il passato ci è noto e si tratta invece di spiegarci come leggi (eventualmente non rigide come quelle della fisica classica) abbiano portato da quel passato alla situazione presente.

Il cercare di spiegarci comunque le cose *a posteriori* presta il fianco all'accusa, à la Popper, di non scientificità per quelle teorie le cui previsioni non risulterebbero "falsificabili" anche quando siano state disattese dal corso effettivo degli eventi se, con il senno del poi e ricorrendo a più o meno arzigogolati argomenti *ad hoc*, si riesce a reinquadrare nel contesto della teoria un avvenimento per il quale si era previsto un esito che, invece, non si è verificato.

Tuttavia può esser utile tener presente che, anche nel campo delle scienze biologiche, si è manifestata la consapevolezza della impossibilità di

---

<sup>5</sup> C'è da notare, in proposito, che oggi da più parti si tende a considerare sempre meno significativa la distinzione di Windelband fra le scienze *idiografiche* (le *Geisteswissenschaften*) e le scienze *nomotetiche* (le *Naturwissenschaften*), tanto da far pensare lecita la possibilità di una scienza della storia che consenta di inserire i singoli eventi in classi di eventi simili ed anche di fare (sia pure in termini probabilistici) delle previsioni. Si rinvia in proposito all'equilibrata esposizione del capitolo XV della *Introduzione alla Filosofia della Scienza*, a cura di M.L. DALLA CHIARA-G. TORALDO DI FRANCA, Roma-Bari, Laterza, 1999.

fare delle previsioni pur potendosi dare (a posteriori) delle *spiegazioni/interpretazioni* di come si sono svolte le cose, che risultano convincenti oltre che coerenti con una visione generale.

In particolare si è affermata la consapevolezza che, usando le parole di Edoardo Boncinelli<sup>6</sup>, “la nozione di idoneità biologica ha una caratteristica fondamentale: non è assolutamente valutabile *a priori*”. Secondo tale autore l’affermazione

contiene, a ben guardare, due elementi concettuali distinti. Il primo è sottinteso in qualsiasi affermazione di carattere scientifico: la speculazione teorica può proporre un certo numero di risultati possibili per ogni contingenza, ma solo l’osservazione sperimentale può dire quale di questi si riscontri nella realtà. Si tratta quindi di un *a posteriori* rispetto all’osservazione sensibile. Il secondo elemento concettuale è invece tipico dello studio dell’evoluzione e ne costituisce l’essenza più riposta: non può esistere nemmeno in linea di principio un criterio o un complesso di criteri che ci permettano di fare previsioni sull’entità dell’idoneità biologica.

Non dovrebbe essere difficile, ad un filosofo della storia, fare affermazioni analoghe, che gli consentano di utilizzare una teoria per interpretare, *a posteriori*, ciò che è avvenuto senza dover ritenere che tale teoria possa anche, *a priori*, consentire delle previsioni. Se il criterio di demarcazione di Popper per le scienze sperimentali, basato sulla falsificabilità, dovesse indurre a considerare “non scientifiche” le teorie che ritengono di saper *spiegare* un fatto avvenuto che però non erano state in grado di prevedere (se non come possibile, accanto a vari altri), tale criterio dovrebbe portare a considerare non scientifica anche una parte importante della moderna biologia.

### *Modelli predittivi per il supporto alle decisioni*

Sostanzialmente diverso è l’atteggiamento, oggi molto diffuso (non tanto in un contesto di filosofia della storia quanto in rapporto all’esigenza di fornire un *supporto alle decisioni* da prendere), che consiste

- nel costruire un modello empirico più o meno ragionevolmente credibile per la descrizione di come un certo sistema aperto evolve in rapporto a possibili nostri interventi, diversi fra loro,
- nel produrre opportune simulazioni (al calcolatore) che portino a valutare gli effetti degli interventi considerati ed infine

---

<sup>6</sup> Il brano è tratto da E. BONCINELLI, *Le forme della vita - L’evoluzione e l’origine dell’uomo*, Torino, Einaudi, 2000, p. 63.

– nel decidere di adottare, fra gli interventi presi in esame, quello che dà luogo agli esiti più favorevoli o meno sfavorevoli.

In questo contesto

– non è necessario credere, quasi “metafisicamente”, alla *verità* del modello adottato, pur essendo conveniente dedicare l’impegno necessario alla messa a punto di modelli che risultino *concettualmente giustificabili* per quanto riguarda la loro struttura ed attribuire ai loro parametri valori che consentano una *buona corrispondenza* fra la risposta del modello ed i dati relativi all’andamento in un recente passato del sistema in considerazione;

– non è necessario concepire come vere e proprie *previsioni* le risposte che, in sede di simulazione, il modello dà in corrispondenza a ciascuno degli interventi presi in considerazione; sarà invece prudente limitarsi a considerare gli aspetti complessivi e le linee di tendenza delle risposte simulate ai fini di ragguagliare, almeno da un punto di vista qualitativo, sul comportamento del sistema reale, se dovesse venir sollecitato in maniere più o meno corrispondenti a quelle semplificativamente schematizzate per gli interventi considerati per la simulazione;

– è comunque opportuno, nell’individuare gli interventi che danno luogo agli effetti più convenienti, tener conto del fatto che le risposte del modello, anche nei casi migliori, possono costituire solo un’approssimazione molto grossolana di quel che sarà il comportamento effettivo del sistema;

– è infine prudente, prima di effettuare la scelta dell’intervento da adottare, verificare se qualche scostamento, anche modesto, dal comportamento simulato (quale può in effetti verificarsi nel sistema reale) non porti a situazioni meno gradite di quelle corrispondenti agli effetti di altri interventi possibili (le cui risposte simulate potrebbero risultare globalmente meno buone, ma anche meno critiche, di quella che in prima istanza si era considerata preferibile).

Un esempio abbastanza interessante di un atteggiamento di tal tipo è stato quello adottato dal Club di Roma<sup>7</sup> per ottenere indicazioni sui *limiti dello sviluppo*, come li si è emblematicamente denominati.

In termini inevitabilmente imprecisi e grossolani, la linea seguita può essere descritta come segue. Si è fatto riferimento ai cosiddetti modelli della

---

<sup>7</sup> Cfr. D.L. MEADOWS-D.H. MEADOWS-J. RANDERS-W.W. BEHRENS, *The Limits to Growth*, New York, Universe Books, 1972; coedizione in italiano: *I Limiti dello Sviluppo*, Milano, E.S.T. Mondadori, 1972, nonché D.L. MEADOWS-D.H. MEADOWS (Eds.), *Toward Global Equilibrium*, “Wright-Allen Series in System Dynamics”, Cambridge (Mass.), The MIT Press, 1973; coedizione in italiano: *Verso un Equilibrio Globale*, Milano, E.S.T. Mondadori, 1975, ed altresì D.L. MEADOWS et al., *Dynamics of Growth in a Finite World*, “Wright-Allen Series in System Dynamics”, Cambridge (Mass.), The MIT Press, 1974.

*System Dynamics*, di Jay W. Forrester<sup>8</sup>, ed in particolare al suo “modello del mondo”<sup>9</sup>. Questo, sostanzialmente, consiste nell’adottare schematizzazioni relativamente abbastanza semplici, ma ragionevolmente realistiche,

- per la crescita della popolazione (mondiale),
- per lo sfruttamento delle risorse non rinnovabili,
- per l’inquinamento e
- per la produzione industriale,

considerando poi come ciascuno di questi fattori influenzi anche gli altri (per esempio sia la densità di popolazione sia la produzione industriale influenzano l’inquinamento, ma l’aumento di questo, per parte sua, provoca un incremento del coefficiente di mortalità ed una diminuzione di quello di natalità e quindi influenza il livello della popolazione e non è privo di effetti sulla produzione industriale).

Per questa via si perviene ad un complesso schema di interazioni che però, a questo punto, costituisce solo un modello *formalizzato*, e non ancora *quantificato*, per lo studio dell’evoluzione delle varie grandezze considerate. Perché questo modello possa prestarsi a simulazioni su un calcolatore, è necessario attribuire precisi valori ai suoi parametri.

Ciò è stato fatto attribuendo alle leggi in questione andamenti che apparissero ragionevoli e, poi, aggiustando “per tentativi” tali andamenti, fino ad ottenere risultati che ben approssimassero le serie di dati disponibili rappresentanti l’evoluzione, in un passato recente e non troppo breve, della popolazione, del livello di inquinamento, dello sfruttamento di risorse non rinnovabili e della produzione industriale.

Nel caso specifico, il modello di Forrester ha ottenuto questo risultato utilizzando il periodo dal 1900 al 1970, per il quale si disponeva di dati abbastanza attendibili. “Tarato” il modello in base ai criteri sopra indicati, lo si è utilizzato per prevedere l’andamento delle grandezze considerate, nonché quello di un indicatore (convenzionale ma accettabile) della “qualità della vita”, durante un intervallo di tempo successivo abbastanza lungo in corrispondenza a diverse “politiche” di intervento (in particolare quelle che influenzano l’utilizzazione delle risorse non rinnovabili e la crescita della popolazione).

Le “previsioni” del modello di Forrester non sono certamente da accettare acriticamente; ben presto, infatti, si è avuto modo di constatare che l’andamento effettivo delle entità considerate, dopo il 1970, risultava apprezzabilmente diverso dalle risposte del modello (tenuto conto di quanto

---

<sup>8</sup> Cfr. J.W. FORRESTER, *Principles of Systems*, “Wright-Allen Series in System Dynamics”, Cambridge (Mass.), The MIT Press, 1968.

<sup>9</sup> Cfr. J.W. FORRESTER, *World Dynamics*, “Wright-Allen Series in System Dynamics”, Cambridge (Mass.), The MIT Press, 1971.

era stato fatto a proposito dello sfruttamento delle risorse non rinnovabili, della politica demografica etc.); inoltre è apparso inaccettabile adottare un unico modello per l'intero pianeta, ed è stata suggerita l'opportunità di predisporre modelli per le diverse aree<sup>10</sup>, da integrare opportunamente tra loro (aumentando così inevitabilmente la complessità del modello globale).

Tuttavia il modello di Forrester ha permesso di constatare che certe politiche di intervento (sostenute da più parti sulla base di quelli che si pensava potessero essere i loro effetti) avrebbero dato luogo, a causa delle complesse interazioni fra le diverse entità in gioco, ad effetti apprezzabilmente diversi da quelli che erano stati previsti, su basi intuitive, prima di disporre di queste simulazioni: un esempio rilevante di quello che lo stesso Forrester, in un suo noto contributo<sup>11</sup>, ha chiamato *comportamento antiintuitivo dei sistemi complessi*.

In conclusione si può dire che non solo il modello di Forrester ma, verosimilmente, neppure modelli più complessi ed elaborati costruiti secondo analoghe linee, possono fornire vere e proprie *previsioni* attendibili ma che le risposte di questi modelli sono tuttavia strumenti utili perché, ben al di là di quel che può venir suggerito dall'intuizione, ci aiutano in modo abbastanza valido a renderci conto di quali possano essere, almeno nelle loro linee generali, gli effetti "a tempo lungo" delle varie politiche di intervento che possono essere prese in considerazione.

Ma sulla gravità delle possibili conseguenze derivanti dalla sproporzione fra l'elevata capacità di intervenire e la scarsa capacità di prevedere dell'uomo d'oggi tratterà la relazione di Giuseppe O. Longo.

---

<sup>10</sup> Cfr. M. MESAROVIC-E. PESTEL, *Mankind at the Turning Point*, New York, Dutton/Plume, 1974; coedizione in italiano: *L'Umanità a una Svolta - Strategie per Sopravvivere*, Milano, E.S.T. Mondadori, 1974.

<sup>11</sup> Cfr. il saggio di J.W. FORRESTER, *Counterintuitive behavior of social systems*, "Technology Review", 73/I (1971), pp. 52-68. Tale saggio costituisce una sintesi di *World Dynamics* - cfr. nota 9 -, ed è stato inserito (in traduzione italiana) come primo capitolo in *Verso un Equilibrio Globale* - cfr. nota 7.

## SPECIALIZZAZIONE E DIALOGO CULTURALE NELLE SCIENZE: IL RUOLO DELLE ACCADEMIE \*

### *Premessa e considerazioni generali*

Il tema di questo intervento è legato alle crescente specializzazione di tutti i campi scientifici, alla conseguente necessità di cercare strumenti per favorire un dialogo di elevato livello culturale fra studiosi operanti nell'ambito di specialità diverse ed ai compiti che le accademie possono svolgere in vista di tale obiettivo.

Questo convegno è stato organizzato nel quadro delle celebrazioni per il quarto centenario della fondazione dell'Accademia dei Lincei e viene dunque spontaneo iniziare con un confronto fra la situazione attuale e quella del Diciassettesimo secolo.

Secondo una diffusa convinzione, certo ben difendibile anche se non da prendersi alla lettera, la scienza moderna nasceva proprio allora ma a quel tempo i fondamenti di tutte le aree dell'intero scibile (e quindi non solo nel campo che oggi chiamiamo, più o meno appropriatamente, "scientifico") potevano essere posseduti da una stessa persona, non necessariamente di qualità eccezionali. Da allora la scienza ha fatto tali progressi e tanto si è venuta diversificando da rendere molto difficile che, oggi, una stessa persona sia in grado di produrre contributi significativi in aree scientifiche differenti fra loro, quali quelle della matematica, della fisica, della chimica, delle scienze della natura inanimata e delle scienze della vita, e forse neppure in più di uno o due dei settori particolari in cui oggi si articola ciascuna di tali grandi aree.

Se già gli antichi dicevano *ars longa, vita brevis*, ciò ci appare tanto più vero oggi quando il confine fra ciò che è già ben assestato e ciò che è oggetto di ricerca significativa può essere raggiunto da uno stesso studioso solo su un tratto molto ristretto dell'enorme periferia del sapere.

Le condizioni in cui opera la scienza moderna hanno la loro parte nell'aggravare questa situazione.

---

\* In *L'esperienza delle Accademie e la vita morale e civile dell'Europa. Atti del convegno internazionale di studio (Venezia, 27-28 novembre 2003)*, a cura di E. VESENTINI e L. MAZZAROLLI, Venezia 2006, pp. 101-110.



Il singolo studioso, per le esigenze della sua carriera individuale e per quelle del finanziamento delle ricerche del gruppo di cui fa parte (che in molti campi presentano costi assai elevati), deve convincere della validità dei suoi risultati coloro che sono preposti alla ripartizione delle risorse e che molto spesso non operano nell'ambito della sua stessa specialità. Ciò induce a pubblicare tali risultati su periodici scientifici che diano serie garanzie di selezione, sempre più spesso identificati mediante il ricorso ad indici convenzionali, come l'*impact factor* (*IF*) o il *citation index* (*CI*).

Si assiste così ad un fenomeno che presenta due aspetti almeno a prima vista contrastanti.

Da un lato si manifesta, in alcuni ambiti, la preferenza a pubblicare su periodici ad alto *IF*, che in genere sono quelli – ovviamente purché di grande qualità – a più ampio spettro di interessi (come ad esempio “Nature”, per le scienze naturali).

D'altro lato, però, anche qui soprattutto in specifici ambiti, diversi da quelli prima considerati, si preferisce sottoporre i propri risultati alle riviste specialistiche che sono certamente lette dalla grande maggioranza di coloro che, nelle diverse parti del mondo, si occupano del particolare settore cui afferiscono i risultati in questione.

Purtroppo oggi nessuno riesce a leggere tutti i lavori che appaiono sui più significativi periodici scientifici della sua area e quindi ciascuno, abbastanza ovviamente, tende a scorrere (al fine di individuare che cosa valga la pena di leggere poi attentamente) solo i periodici scientifici di carattere specialistico, nei quali una buona parte dei lavori pubblicati può interessarlo ed a trascurare periodici di più larghi interessi in ogni numero dei quali è verosimile che la maggioranza dei lavori pubblicati si riferisca a temi che non lo toccano direttamente.

Nell'assumere questo atteggiamento, del resto, molti sono incoraggiati dal pensare che un buon lavoro la cui conoscenza potrebbe essere importante per uno studioso di interessi specialistici potrà agevolmente venire in seguito individuato (e quindi consultato) perché destinato ad apparire nei riferimenti bibliografici dei lavori pubblicati sui periodici che abitualmente consulta anche se, in un primo momento, gli fosse sfuggito perché non apparso su una delle sedi da lui più sistematicamente consultate.

In questa situazione ci si può chiedere quale sia il ruolo degli “Atti” di parecchie Accademie di tradizioni anche importanti, tenendo conto che molti di tali Atti trattano temi alquanto diversificati ed in generale non sono caratterizzati dalle valutazioni di *IF* (o di altri analoghi parametri) fornite dagli strumenti a ciò preposti.

Nel passato gli Atti di molte accademie sono stati sedi privilegiate per la presentazione di risultati scientifici di rilievo. Oggi continuano ad esserlo solo nei pochi casi in cui la conservata eccellenza della qualità scientifica



della maggioranza dei soci e l'affetto reverente che essi nutrono nei riguardi delle loro illustri tradizioni li inducono a destinare agli Atti della loro Accademia risultati di rilievo.

Si deve però purtroppo constatare che ciò avviene in misura assai minore che nel passato in quanto il quadro generale di cui si è detto, in particolare nel caso di giovani agli inizi delle loro attività di ricerca, induce molti a preferire sedi di pubblicazione diverse, che meglio si prestino ad un tipo di valutazione dei loro risultati più efficace al fine del conseguimento dei loro obiettivi di carriera e di finanziamento.

Ciò non è privo di conseguenze negative: la valutazione di risultati scientifici è, infatti, un problema essenzialmente ed intrinsecamente qualitativo; il cercare di impostarlo in termini quanto più possibile quantitativi, nell'illusione di migliorarne l'obiettività, porta spesso al risultato indesiderabile di accentuare gli aspetti formali e burocratici delle procedure.

Fermo restando che alcune accademie di particolare prestigio riescono ancora a configurare i loro Atti come sede ambita (almeno in certi settori scientifici) per la presentazione di risultati delle ricerche di loro soci o di altri validi studiosi presentati da soci, ci si può domandare se esista un'alternativa che consenta anche ad altre accademie di degne tradizioni culturali di conservare i loro Atti ad un livello di prestigio paragonabile a quello del passato. A parere di chi scrive questa possibilità c'è e la sua attuazione è un obiettivo degno di essere perseguito.

Una strada che molte accademie potrebbero seguire a questo scopo è quella di *favorire il dialogo interculturale e di coltivare interessi interdisciplinari* (sia in sede di Atti, sia anche mediante altre iniziative, quali l'organizzazione di convegni, di giornate di studio o anche di attività di alta divulgazione, specialmente a proposito di problemi che coinvolgono l'opinione pubblica, spesso male informata da presentazioni non sufficientemente serie o, peggio, tendenziose).

### *Dialogo interculturale ed alta divulgazione*

La citata diffusione di periodici scientifici altamente specializzati presenta indubbiamente il vantaggio di facilitare la conoscenza reciproca dei rispettivi risultati fra studiosi che hanno in comune interessi, concetti e metodi. Questi, infatti, attraverso tali periodici "specialistici", possono far conoscere gli esiti delle loro ricerche nel modo più economico e sintetico possibile, cioè dando per note le cose che di fatto lo sono per tutti i cultori qualificati della specifica disciplina (e che non lo sono, invece, per lettori, anche qualificati, operanti in aree diverse).

D'altra parte questa situazione ha l'effetto (pressoché inevitabile e generalmente negativo, anche se non volutamente perseguito) della chiusura

reciproca fra campi del sapere diversi, in ciascuno dei quali, però, si ottengono risultati che, a priori, potrebbero essere di interesse anche per cultori di campi differenti (e spesso lo sono comunque, almeno su un piano culturale, anche ove non lo fossero su un piano immediatamente operativo).

È inoltre indubbio che in moltissimi ambiti si sente una forte esigenza nei riguardi di una “divulgazione” di alta qualità, non sempre facile da ottenersi perché spesso chi conosce bene i problemi di un particolare settore scientifico non ha molti stimoli a presentarli a potenziali destinatari che non possiedono le conoscenze di base necessarie e talora non ha neppure le specifiche doti espositive che tale attività richiede, mentre chi ha tali doti, salvo rare eccezioni, manca spesso di una preparazione sufficientemente approfondita su molti dei problemi che la sua professione lo porta a trattare.

La questione è ovviamente molto complessa; qui si vuol mettere in evidenza che essa si pone a livelli diversi: altro è rivolgersi al pubblico generico, raggiungibile attraverso i *media* di massa quali la televisione, la radio, i giornali o i periodici a larga diffusione, altro ciò che può avvenire in un’Accademia di prestigio. In questa, infatti, un socio (che, in quanto tale, solitamente appartiene ad una fascia di eccellenza in una specifica disciplina) si rivolge ad un pubblico formato da altri soci che, in campi diversi, hanno raggiunto analoghe posizioni di prestigio.

Un’Accademia di qualità è infatti una sede in cui è possibile – e spesso richiesto – che uno studioso illustri i propri risultati specialistici a persone non operanti nello stesso campo ma che la prassi della ricerca ha portato ad essere particolarmente sensibili a quegli aspetti metodologici ed a quell’atteggiamento critico che sono comuni a chi svolge attività di ricerca, indipendentemente dal campo in cui la svolge. Questa situazione va quindi considerata come uno stimolo molto significativo ed una possibilità che è opportuno mettere a frutto in quanto il presentare i propri risultati a persone di alta qualità scientifica ma operanti in campi diversi è quasi sempre una circostanza che arricchisce non solo chi ascolta ma anche chi parla.

Il valorizzare questa intrinseca potenzialità degli Atti delle accademie di elevate tradizioni è un modo significativo di conseguire un obiettivo importante, quale quello del dialogo interculturale. Si perfezionano così gli strumenti attraverso i quali tale dialogo è possibile e – ultimo ma non minimo – si fornisce un contributo efficace anche alla produzione di letteratura divulgativa che, pur rivolgendosi ad un pubblico più vasto, ambisca conservarsi ad un livello di alta qualità culturale.

Riassumendo quanto si è tentato di argomentare si può concludere che:

- il dialogo fra cultori di discipline scientifiche diverse (talora anche ove queste siano profondamente diverse) è un obiettivo importante;
- le riunioni di accademie di alto profilo culturale (e soprattutto gli

Atti in cui vengano pubblicati i risultati di tali riunioni) sono una sede ideale per lo svolgimento del dialogo interculturale;

– importante (anche se con caratteristiche diverse) è pure un'opera di divulgazione seria e non tendenziosa rivolta ad un pubblico più vasto;

– l'abitudine ad un dialogo culturale di alto livello, quale può aver luogo in un'Accademia di prestigio, fornisce a chi lo pratica esperienze e strumenti assai utili anche per rivolgersi efficacemente ad un pubblico diverso, spesso stordito da informazioni contrastanti fornite da fonti non sufficientemente competenti o motivate da preconcetti ideologici o da interessi economici.

### *Valore culturale e valore operativo dell'interdisciplinarietà e della metadisciplinarietà*

Un punto di vista leggermente diverso – ma certamente non contrastante – è quello legato all'importanza, sia sul piano culturale sia anche su quello concretamente operativo, che possono avere (anche per le accademie e per i loro Atti) impostazioni multidisciplinari, interdisciplinari e metadisciplinari.

Forse è opportuno, a questo proposito, precisare il senso nel quale qui vengono usati questi termini (non privi di qualche ambiguità), cercando però di evitare inopportune pedanterie definitorie.

Multidisciplinarietà è un termine il cui impiego generalmente ha lo scopo di far prendere atto che la natura intrinseca di un certo problema presenta aspetti diversi, che afferiscono a discipline differenti. Generalmente, però, si tratta di una posizione che potremmo considerare “passiva” in quanto non implica un'intrinseca collaborazione delle diverse competenze: ciascun aspetto particolare del problema (multidisciplinare) può esser affrontato, almeno in certa misura, indipendentemente da come si affrontano gli altri aspetti.

Interdisciplinarietà è invece un termine il cui uso implica la necessità di una collaborazione fra i competenti di discipline diverse che affrontano i vari aspetti del problema (interdisciplinare) nella consapevolezza che non si può considerare accettabile una soluzione, relativa ad uno di tali aspetti, senza tener conto delle soluzioni adottate per gli altri aspetti.

Forzando un po' la distinzione, che in certi ambiti vien fatta, fra l'impiego dell'aggettivo “complesso” e quello dell'aggettivo “complicato” si potrebbe esser tentati di dire che un problema multidisciplinare è, al più, un problema *complicato* laddove un problema interdisciplinare è per sua natura un problema *complesso* (almeno nel senso in cui si dice che è complesso un problema che richiede l'adozione di un punto di vista olistico, se-

condo il quale, per usare una formula un po' abusata, *il tutto è più della somma delle parti*).

Metadisciplinarietà è infine un termine, d'uso meno frequente, che mette in evidenza come non tutte le discipline chiamate in causa per affrontare un problema siano allo stesso livello ma ce ne sia almeno una ad un livello più astratto e generale delle altre, capace di coordinare e ricondurre ad unità gli apporti contenutistici e metodologici di queste ultime.

Nell'ambito delle scienze *hard* quella più tipica in grado di svolgere tali funzioni è indubbiamente la matematica che però le attua non quando si pone nella sua più completa astrattezza e generalità ma quando entra in diretto rapporto con le discipline che se ne servono a proposito di specifici aspetti del problema allo studio.

Interdisciplinarietà e metadisciplinarietà hanno intrinsecamente un notevole valore culturale: saper vedere in che modo ciascun aspetto di un problema risulti legato agli altri e quale sia la gerarchia fra nozioni e metodologie da utilizzare è operazione che può esser fatta solo da persone ad alto livello di competenza e di cultura. Nel contempo il compiere tale operazione valorizza e potenzia la cultura di tali persone.

D'altra parte l'affrontare un problema in spirito interdisciplinare e con metodologie metadisciplinari ha notevoli valenze applicative, dato che i problemi intrinsecamente complessi non possono venir affrontati "a compartimenti stagni". Non è questo infatti il campo in cui si possa applicare il precetto evangelico secondo il quale la mano destra deve ignorare ciò che fa la mano sinistra: nei contesti considerati, infatti, entrambe le mani devono collaborare in maniera coordinata ed organica.

### *La metafora dell'Oregon*

L'impostazione interdisciplinare presenta anche vantaggi che possono trascendere lo specifico problema che si affronta.

Ai fini di renderci conto di questa potenzialità può esser utile fare riferimento alla metafora dell'Oregon, presentata da Norbert Wiener nella più nota delle sue opere e cioè in *Cybernetics, or Control and Communication in the Animal and the Machine*, New York 1948.

Fra la fine del diciottesimo secolo e l'inizio del diciannovesimo con la denominazione di "Territorio dell'Oregon" ci si riferiva ad una vasta regione (molto più estesa dell'omonimo stato degli U.S.A. che oggi porta quel nome) compresa fra la costa del Pacifico, la California e l'Alaska ed inoltrantesi nel continente per una notevole profondità.

A tale territorio miravano i progetti espansionistici degli Spagnoli da tempo insediati in California, dei Russi provenienti dall'Estremo Oriente e già presenti in Alaska, degli Inglesi ormai consolidatisi nel Canada e degli

Statunitensi che erano giunti ai confini del Territorio dell'Oregon dopo l'acquisto della Louisiana<sup>1</sup> del 1803.

Le ambizioni delle potenze citate non avevano portato, inizialmente, a formali tentativi di sistematica occupazione militare ma si limitavano all'appoggio (ed anche talora alla promozione) di imprese non sempre ufficiali il cui successo avrebbe però potuto costituire la base per una successiva rivendicazione formale.

Poteva così accadere che insediamenti spagnoli provenienti dalla California si venissero a trovare più a nord di basi russe costituite per l'appoggio all'attività di pesca nel Pacifico settentrionale e che, nella loro spinta verso quell'oceano, inglesi provenienti dal Canada e statunitensi provenienti dal bacino del Missouri si fossero spinti più ad ovest di qualche base interna spagnola o russa<sup>2</sup>.

Nel periodo fra la fine del diciottesimo e l'inizio del diciannovesimo secolo il Territorio dell'Oregon costituiva dunque una sorta di *terra di nessuno* o, piuttosto, di molti, aperta ad influssi diversi e nella quale alle lingue delle popolazioni autoctone si venivano sovrapponendo "a macchia di leopardo", come si direbbe oggi, lo spagnolo, il russo e l'inglese (ed in parte anche il francese, largamente parlato nel Canada e non ancora completamente scomparso negli altri insediamenti perduti dalla Francia ai tempi della guerra dei Sette Anni).

Per questo Territorio parlare in quel periodo di "diritto" è certamente improprio, ma è lecito riferirsi genericamente alle consuetudini destinate a regolare la convivenza fra le diverse componenti ed anche in questo campo, come già per le lingue, si ha indubbiamente a che fare con un veto e proprio mosaico di tradizioni diverse.

---

<sup>1</sup> Anche in questo caso non si tratta dello Stato degli U.S.A. che oggi porta tale nome ma dell'immenso territorio corrispondente al bacino del Mississippi e del Missouri, fino alle Montagne Rocciose, che la Francia aveva iniziato a colonizzare ed aveva dovuto cedere alla Spagna con il trattato di Parigi del 1763; Napoleone lo aveva poi riottenuto per la Francia ma infine lo aveva ceduto agli U.S.A. con il cosiddetto *Louisiana Purchase*.

<sup>2</sup> Come è ben noto, la situazione si sarebbe poi risolta, nel corso del diciannovesimo secolo, con le guerre fra Stati Uniti e Messico che avrebbero portato all'acquisizione, da parte degli U.S.A. di una vasta area dal Texas alla California, che quindi portava le frontiere settentrionali del Messico ben lontane dall'Oregon, con l'accordo del 1846 fra gli U.S.A. e la Gran Bretagna (che nel 1818 avevano occupato congiuntamente il Territorio dell'Oregon) per la determinazione del confine di nordovest, con il quale veniva lasciata agli U.S.A. la parte meridionale di tale Territorio corrispondente agli attuali Stati dell'Oregon, dell'Idaho e di Washington, ed infine, nel 1867 con l'accordo fra la Russia e gli U.S.A. con il quale l'Alaska veniva ceduta agli Stati Uniti. Questi avvenimenti non riguardano però la "metafora" che Wiener aveva formulato paragonando la situazione dell'Oregon a quella della nascente cibernetica.

Questa situazione era sembrata a Wiener particolarmente adatta al fine di suggerire una metafora per quanto stava avvenendo in campo scientifico: egli osservava infatti che non c'erano più geni universali che dominassero i diversi campi della conoscenza, quali erano stati ad esempio Newton o Leibniz, e neppure scienziati come Gauss capaci di conseguire risultati di grande portata in tutti i settori della matematica e delle sue applicazioni. Dominava invece la specializzazione, che diveniva sempre più spinta, fino al paradosso della difficoltà di intendersi fra ricercatori non solo operanti in uno stesso dipartimento universitario, ma persino sistemati in studi o laboratori le cui porte si aprivano in uno stesso corridoio, a poca distanza l'una dall'altra.

Se si fosse fermato a questa constatazione Wiener si sarebbe potuto limitare all'uso della metafora tradizionale che si riferisce alla biblica torre di Babele ed alla conseguente confusione delle lingue.

Ma a Wiener stava a cuore un altro aspetto del fenomeno: si venivano infatti aprendo nuovi campi del sapere che avevano suscitato l'interesse di studiosi di settori scientifici diversi e che, in effetti, si potevano avvalere delle competenze e delle impostazioni proprie da un lato di matematici, fisici ed ingegneri, dall'altro di biologi e medici (per non parlare di psicologi, sociologi ed economisti, ciò che, almeno per gli ultimi due gruppi di studiosi, contrasterebbe con il modo di vedere del Wiener di allora, anche se è perfettamente compatibile con le posizioni della cibernetica di oggi).

In questi nuovi campi la presenza di scienziati e tecnici interessati ed in grado di mettere a disposizione conoscenze e metodi complementari, potenzialmente utili ad affrontare in modo più completo ed efficace i vari problemi, aveva indotto Wiener a pensare alla citata situazione del Territorio dell'Oregon, ovviamente con l'auspicio di una collaborazione e di uno sforzo comune orientati verso una visione unitaria ed olistica dei problemi, superando il contenzioso di priorità, di aspirazioni al primato, di convinzioni sulla centralità del modo di vedere le cose tipico di ciascuna delle aree coinvolte.

### *Conclusioni*

L'auspicio di Wiener non è da considerare utopistico. In effetti in molte occasioni sono state attuate efficaci forme di cooperazione fra studiosi di aree diverse e ciò non è avvenuto solo nell'ambito della cibernetica, intesa come la scienza che si occupa del modo in cui l'*informazione* (nel senso tecnico della parola) può essere acquisita, trasmessa, elaborata o utilizzata per la gestione di altre grandezze (come ad esempio quantità di materia o di energia, ma non solo) sia negli esseri viventi, sia nelle strutture artificiali

della tecnica, sia anche nelle società animali ed umane, nei sistemi economici etc.

Tenuto conto di tutto ciò si può dunque concludere che lo sviluppo di rapporti interdisciplinari e metadisciplinari è da considerare

- un'operazione di grande valore intrinseco non solo ai fini, già in precedenza considerati, del dialogo interculturale e della divulgazione qualificata rivolta sia a cultori di prestigio operanti in altre aree, sia anche ad un pubblico più vasto, ma anche

- uno stimolo all'individuazione ed alla dissodazione congiunta di nuove aree, ed infine

- un compito che può essere svolto in modo adeguato soprattutto nell'ambito di parecchie accademie di grandi tradizioni e che va quindi ad esse additato come strumento importante – ancorché ovviamente non unico – per conservare i loro Atti e le altre loro iniziative all'altezza del loro glorioso passato.





## BIBLIOGRAFIA



- 1) LEPSCHY A., *Analisi grafica dei sistemi di controllo lineari*, «Piccole Note, Recensioni e Notizie», vol. IV, n° 5, 1955, pp. 12-30;
- 2) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Unificazione e prove dei sincro*, «Piccole Note, Recensioni e Notizie», vol. V, n° 1, 1956, pp. 129-144;
- 3) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Alcuni recenti sviluppi della teoria delle metadinamo e delle loro applicazioni*, «Piccole Note, Recensioni e Notizie», vol. V, n° 3, 1956, pp. 335-345;
- 4) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Proposte per la classificazione dei sistemi automatici*, Convegno Internazionale sui Problemi dell'Automatismo (Milano, 1956), suppl. a «La Ricerca Scientifica», vol. 28, 1958, pp. 173-188;
- 5) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Metodi approssimati per la determinazione di funzioni della frequenza da funzioni del tempo e viceversa nello studio dei sistemi lineari normali*, Convegno Internazionale sui Problemi dell'Automatismo (Milano, 1956), suppl. a «La Ricerca Scientifica», vol. 28, 1958, pp. 371-387;
- 6) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Considerazioni sull'impiego delle metadinamo nei sistemi automatici*, Convegno Internazionale sui Problemi dell'Automatismo (Milano, 1956), suppl. a «La Ricerca Scientifica», vol. 28, 1958, pp. 532-535;
- 7) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Considerazioni generali sui problemi teorici ed applicativi dell'automatismo*, in *Atti III Rassegna Elettronica*, Roma, 1956, pp. 47-65;
- 8) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Un'apparecchiatura per la determinazione sperimentale di funzioni di trasferimento e di funzioni descrittive*, «Rendiconti», LVII Riunione Annuale AEI, Trieste, 1956, Memoria n° 108;
- 9) GUARNASCHELLI F., LEPSCHY A., RUBERTI A., *Contributo ad una normalizzazione della terminologia italiana nel campo del controllo a controreazione*, «Rendiconti», LVII Riunione Annuale AEI, Trieste, 1956, Memoria n° 116;
- 10) LEPSCHY A., PELLEGRINI U., RUBERTI A., *Note sulle misure di gradiente alla vasca elettrolitica*, «Note, Recensioni, Notizie», vol. VI, n° 3, 1957, pp. 327-335;
- 11) ANDRESCIANI V., LEPSCHY A., *Misure di alcuni parametri caratteristici dei termistori a bassa costante di tempo dal loro comportamento armonico e transitorio*, «Note, Recensioni e Notizie», vol. VI, Suppl. al n° 3, 1957, pp. 25-48;
- 12) FRANCINI G., LEPSCHY A., RUBERTI A., *Considerazioni sulla rappresentazione quadripolare di componenti per servomeccanismi*, Atti IV Rassegna Elettronica Internazionale, Roma, 1957, pp. 737-745;
- 12 bis) FRANCINI G., LEPSCHY A., RUBERTI A., *Rappresentazione quadripolare dei servomotori*, «L'Elettrotecnica», vol. XLV, n° 9, 1958, pp. 514-521;
- 13) ANDRESCIANI V., LEPSCHY A., *Sull'impiego di taluni dispositivi allo stato solido nel campo del controllo automatico*, in *Atti V Rassegna Internazionale Elettronica*, Roma, 1958, pp. 297-232;
- 13 bis) ANDRESCIANI V., LEPSCHY A., *L'elettronica dello stato solido nei controlli automatici*, «Automazione e Automatismi», vol. II, n° 4, 1958, pp. 27-38;

- 14) LEPSCHY A., *Il metodo del luogo della radici*, Dispense per l'insegnamento di Servomeccanismi del Corso di Specializzazione in Elettronica, del C.N.R. (Roma, a.a. 1958/59);
- 15) LEPSCHY A., *Organi componenti dei sistemi di controllo*, Roma, Lo Scaffale, 1959;
- 16) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Condizioni per l'estensione del metodo della funzione descrittiva allo studio di sistemi di controllo a segnali campionati con nonlineari-tà*, in Atti VI Rassegna Internazionale Elettronica, Roma, 1959, pp. 531-543;
- 17) LEPSCHY A., *I transitori nelle macchine elettriche*, Dispense per il corso di Elettrotecnica II Università di Trieste (a.a. 1959/60);
- 18) LEPSCHY A., *Amplificatori magnetici – Metadinamo*, Dispense per il corso di Elettrotecnica II, Università di Trieste (a.a. 1959/60);
- 19) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Luoghi a parte immaginaria costante da impegnare nello studio dei sistemi di controllo a controreazione*, «Note, Recensioni, Notizie», vol. VIII, n° 6, 1959, pp. 646-652;
- 20) LEPSCHY A., *Informazione e controllo*, in *Enciclopedie Monografiche AZ – Panorama. Ricerca e Scienza*, Bologna, Zanichelli, 1959, pp. 297-319;
- 21) LEPSCHY A., *Sistemi di controllo a segnali campionati. Parte A*, «Automazione e Automatismi», vol. III, n° 4, 1959, pp. 3-9;
- 21 bis) LEPSCHY A., *Sistemi di controllo a segnali campionati. Parte B*, «Automazione e Automatismi», vol. IV, n° 1, 1960, pp. 7-20;
- 22) Andresciani V., LEPSCHY A., *Nota sull'impiego dei termistori in reti stabilizzatrici per sistemi di controllo*, «L'Elettrotecnica», vol. XLVII, n° 4, 1960, pp. 271-280;
- 23) LEPSCHY A., TORRIANO D., *Dispositivi per la risoluzione di equazioni algebriche (Isografi)*, in Atti VII Rassegna Internazionale Elettronica, Roma, 1960, pp. 111-149;
- 24) BATTINI E., LEPSCHY A., *Dispositivi di calcolo per la commutazione ottima di sistemi di controllo a relé*, in Atti VII Rassegna Internazionale Elettronica, Roma, 1960, pp. 151-171;
- 25) MARINO A., LEPSCHY A., RUBERTI A., *Automazione*, in *Enciclopedia del Petrolio e del Gas Naturale*, vol. I, Roma, C. Colombo, 1960, pp. 626-654;
- 26) LEPSCHY A., RUBERTI A., *A rule for the direct verification of the Nyquist criterion in non-polar diagrams*, in *Automation and Remote Control*, proc. of the 1st Congress of IFAC, Moscow, 1960;
- 27) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Notizie sul controllo e sul calcolo automatico nell'URSS*, «Note, Recensioni e Notizie», vol. IX, n° 5, 1960, pp. 954-959;
- 28) LEPSCHY A., *Un programma per la ricerca degli zeri di un polinomio alla calcolatrice analogica*, «Alta Frequenza», vol. XXX, n° 1, 1961, pp. 216-218;
- 28 bis) LEPSCHY A., *A method for the research of the zeros of a polynomial with an analog computer*, «Alta Frequenza», vol. XXX, n° 3, 1961, pp. 216-218;
- 29) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Regole per la verifica della stabilità nei sistemi lineari e normali a controreazione*, «Alta Frequenza», vol. XXX, n° 4, 1961, pp. 285-292;
- 29 bis) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Rules for the verification of linear feedback systems stability*, «Alta Frequenza», vol. XXX, n° 10, 1961, pp. 738-744;

- 30) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Tendenze attuali nel campo dei sistemi di controllo*, «Rendiconti», LXII Riunione Annuale AEI, Torino, 1961, Memoria n° 226;
- 31) LEPSCHY A., MARIANI L., *Un generatore elettromeccanico di funzioni*, «Rendiconti», LXII Riunione Annuale AEI, Torino, 1961, Memoria n° 247;
- 32) BATTINI E., LEPSCHY A., *Un sistema di controllo a relé a tempo di risposta minimo*, «L'Elettrotecnica», vol. II, n° 1, 1962, pp. 3-12;
- 33) LEPSCHY A., *A new criterion for evaluating the number of complex roots of an algebraic equation*, Proc. I. R. E., vol. L, n° 9, 1962, p. 1981;
- 33 bis) LEPSCHY A., *Un criterio per la determinazione del numero delle radici complesse di una equazione algebrica*, «La Tecnica Italiana», vol. XXVIII, n° 5, 1963, pp. 267-271;
- 34) BAROZZI F., LEPSCHY A., *Considerazioni sulla determinazione sperimentale di risposte dinamiche nei sistemi di controllo*, «Rendiconti», LXIII Riunione Annuale AEI, Ischia, 1962, Memoria n° 55;
- 35) LEPSCHY A., *Relazione ufficiale alla sezione 'Teoria della Automazione'*, «Automazione e Strumentazione», vol. XI, n° 1, 1963, pp. 17-22;
- 36) LEPSCHY A., RUBERTI A., *The describing function for the study of sampled-data control systems with a piecewise nonlinearity*, «Alta Frequenza», vol. XXXII, n° 5, 1963, pp. 357-365;
- 36 bis) LEPSCHY A., RUBERTI A., *La funzione descrittiva per lo studio dei sistemi a segnali campionati comprendenti nonlinearietà a tratti*, «Alta Frequenza», vol. XXXII, n° 7, 1963, pp. 511-523;
- 37) LEPSCHY A., *Su un particolare impiego del luogo delle radici per lo studio dei sistemi di controllo a segnali campionati*, «L'Elettrotecnica», vol. L, n° 9, 1963, pp. 589-597;
- 38) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Sulla determinazione dell'espressione analitica della funzione di trasferimento di un sistema lineare e normale a partire dalla sua rappresentazione grafica*, «Note, Recensioni e Notizie», vol. XII, n° 3, 1963, pp. 151-169;
- 39) LEPSCHY A., MURGO M., RUBERTI A., *Su talune proprietà dei momenti della risposta impulsiva dei sistemi lineari e normali*, «L'Elettrotecnica», vol. L, n° 11, 1963, pp. 706-718;
- 40) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Lezioni di Controlli Automatici*, voll. II, Roma, Edizioni Scientifiche Siderea, 1963 (Edizione in un solo volume nel 1967);
- 41) LEPSCHY A., MARIANI L., *Un sistema di controllo a tempo di risposta minimo con adattamento ai segnali di ingresso*, «Automazione e Strumentazione», vol. XII, n° 3, 1964, pp. 92-104;
- 42) LEPSCHY A., POLICASTRO M., *I sistemi di controllo a relé a tempo di risposta minimo*, «La Ricerca Scientifica», Anno 34, Serie II, parte II-A, vol. 4, n° 3, 1964, pp. 325-376;
- 43) LEPSCHY A., *Risposta a 'Tre domande su: l'Automazione'*, «L'Ingegnere», vol. 38, n° 11, 1964, pp. 1037-1038;
- 44) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Metodi di identificazione dei sistemi lineari normali*, in *Problemi Attuali di Teoria dei Controlli Automatici*, Roma, C.N.R., 1965, pp. 75-111;

- 45) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Elementi di dinamica dei sistemi*, Fascicolo II del Corso di Aggiornamento “La Tecnica dei Controlli nell’Industria Elettrica”, Bressanone, settembre 1964;
- 46) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Metodi fondamentali di analisi dei sistemi di controllo*, Fascicolo III del Corso di Aggiornamento “La Tecnica dei Controlli nell’Industria Elettrica”, Bressanone, settembre 1964;
- 47) LEPSCHY A., RUBERTI A. (a cura di), *Componenti dei Sistemi di Controllo*, Vol. I, *Strumentazione*, Roma, Edizioni Scientifiche Siderea, 1965 ed ivi;
- 47 bis) LEPSCHY A., RUBERTI A., “Capitolo I – Introduzione”, pp. 5-15;
- 47 ter) LEPSCHY A., RUBERTI A., “Capitolo II – Questioni generali”, pp. 19-31;
- 48) LEPSCHY A., TODERO F., *Sulla valutazione degli errori connessi al campionamento di risposte impulsive e indiciali di sistemi lineari*, «Alta Frequenza», vol. XXXIV, n° 7, 1965, pp. 472-489;
- 49) LEPSCHY A., RUBERTI A., *Lineamenti di teoria elementare dei controlli automatici*, Corso di Aggiornamento per Ingegneri dell’ENEL, Università di Roma, Istituto di Elettrotecnica, 1965;
- 50) LEPSCHY A., RUBERTI A., *La teoria dei controlli automatici*, Corso di aggiornamento in *Automatica per Ingegneri dell’ENEL*, vol II, 1965;
- 51) LEPSCHY A., MARZOLLO A., POLICASTRO M., *Approssimazione della funzione di trasferimento del ritardo di trasporto*, «Automazione e Strumentazione», vol. XIV, n° 8, 1966, pp. 345-346;
- 52) LEPSCHY A., MARZOLLO A., *Contributi alla simulazione analogica di elementi di ritardo*, «Calcolo», vol. III, Suppl. al n° 2, 1966, pp. 23-48;
- 53) LEPSCHY A., MARCHESINI G., *Sul termine di regime della risposta di sistemi lineari e stazionari*, «Alta Frequenza», vol. XXXVI, n° 9, 1967, pp. 840-841;
- 54) LEPSCHY A., RUBERTI A. (a cura di), *Controlli Automatici: Teoria, Componenti, Applicazioni*, Roma, Edizioni Scientifiche Siderea, 1967;
- 55) LEPSCHY A., POLICASTRO M., *Il problema della commutazione ottima*, in *Identificazione e Ottimizzazione. Problemi e Metodi*, Roma, C.N.R., 1967, pp. 257-277;
- 56) LEPSCHY A., POLICASTRO M., *Impostazioni geometrico-topologiche dei problemi di ottimizzazione*, in *Identificazione e Ottimizzazione. Problemi e Metodi*, Roma, C.N.R., 1967, pp. 291-304;
- 57) LEPSCHY A., TODERO F., *Influenza degli errori da quantizzazione nella ricostruzione di segnali campionati*, Relazione interna n° 18 dell’Istituto di Elettrotecnica e di Elettronica dell’Università di Trieste, dicembre 1967;
- 58) LEPSCHY A., TODERO F., *Distribuzione di probabilità degli errori da quantizzazione nella ricostruzione di segnali campionati*, «Alta Frequenza», vol. XXXVII, n° 4, 1968, pp. 331-336;
- 59) LEPSCHY A., TODERO F., *Limiti per l’ampiezza e la variazione di segnali e loro spettri*, Relazione interna n° 27 dell’Istituto di Elettrotecnica e di Elettronica dell’Università di Trieste, novembre 1968;
- 59 bis) LEPSCHY A., TODERO F., *Limiti per l’ampiezza e la variazione di segnali e loro spettri*, «Alta Frequenza», vol. XXXVIII, n° 9, 1969, pp. 697-717;

- 60) LEPSCHY A., POLICASTRO M., RAIMONDI T., *Una variante del metodo di Aparo per la determinazione degli zeri complessi di un polinomio*, «Calcolo», vol. V., n° 3-4, 1968, pp. 525-536;
- 61) LEPSCHY A., MILO S., POLICASTRO M., TODERO F., *Proprietà dei momenti e di altri parametri delle funzioni caratterizzanti i sistemi lineari stazionari*, Relazione interna n° 30 dell'Istituto di Elettrotecnica e di Elettronica dell'Università di Trieste, dicembre 1968;
- 62) LEPSCHY A., TODERO F., *Upper bounds for the variations of sampled signals*, «Electronic Letters», vol. V, n° 6, 1969, pp. 126-127;
- 63) LEPSCHY A., MILO S., TORRIANO D., *Impostazione del problema di costruzione del modello matematico di una bonifica*, Relazione interna n° 37 dell'Istituto di Elettrotecnica e di Elettronica dell'Università di Trieste, maggio 1969;
- 64) LEPSCHY A., MARIANI L., *La tecnica posicast per la sintesi di elementi di correzione*, «Rendiconti», LXX Riunione Annuale AEI, Rimini, 1969, Memoria 1.4.06;
- 65) BOMBI F., CISCATO D., D'AMORE A., LEPSCHY A., *Un generatore di segnali sinusoidali per misure dinamiche nel controllo di processi*, «Rendiconti», LXX Riunione Annuale AEI, Rimini, 1969, Memoria 2.3.01;
- 65 bis) BOMBI F., CISCATO D., D'AMORE A., LEPSCHY A., *Un generatore di segnali sinusoidali per misure dinamiche nel controllo di processi*, «Automazione e Strumentazione», vol. XVIII, n° 3, 1970, pp. 115-120;
- 66) LEPSCHY A., MARCHESINI G., PICCI G., *A functional approach to the stability of non linear systems by use of the comparison theorem*, «International Journal of Control», vol. XI, n° 2, 1970, pp. 293-302;
- 67) LEPSCHY A., MILO S., TODERO F., *Some formulas for the approximate evaluation of bandwidth, delay and rise time of a linear system from its transfer function*, «Ricerche di Automatica», vol. I, n° 1, 1970, pp. 115-119;
- 68) LEPSCHY A., RUBERTI A. (a cura di), *Componenti dei sistemi di controllo*, Vol. II: *Amplificatori e Motori*, Roma Edizioni Scientifiche Siderea, 1971, ed ivi;
- 68 bis) LEPSCHY A., RUBERTI A., Capitolo I: *Questioni generali*, pp. 7-16;
- 68 ter) LEPSCHY A., RUBERTI A., Capitolo III: *Amplificatori rotanti*, pp. 73-116;
- 68 quater) BATTINI E., LEPSCHY A., MARIANI L., Capitolo IV: *Amplificatori magnetici*, pp. 117-118;
- 69) LEPSCHY A., MILO S., TORRIANO D., *A mathematical model of a reclamation*, Proc. DISCOP, IFAC Symposium on Digital Simulation of continuous Processes, Győr (Ungheria), settembre 1971;
- 69 bis) LEPSCHY A., MILO S., TORRIANO D., *A mathematical model of the hydraulic networks of mechanical hoisting reclamations*, «Automatica», vol. IX, n° 4, 1973, pp. 467-479;
- 70) LEPSCHY A., *Relazione ufficiale sul tema 'Le metodologie generali'*, Atti 3° Convegno ANIPLA: *L'Ingegneria Sistemistica nella Impresa Produttiva*, Genova, ottobre 1971;
- 70 bis) LEPSCHY A., *Le metodologie dell'ingegneria dei sistemi*, «Automazione e Strumentazione», vol. XX, n° 2, 1972, pp. 59-68;

- 71) LEPSCHY A., POLICASTRO M., *Comments on polynomial factorization using the Routh criterion*, Proc. IEEE, vol. LX, n° 6, 1972, pp. 734-735;
- 72) LEPSCHY A., *Alcune osservazioni sul ruolo e sulle caratteristiche dei modelli nel campo dei trasporti, con particolare riferimento al traffico veicolare urbano*, Atti delle Giornate di studio sull'applicazione dell'Automatica ai Trasporti, Roma, C.N.R., maggio 1972, pp. 343-363;
- 73) EVANGELISTI A., LEPSCHY A., MILO S., TORRIANO D., *Sulla dinamica di un canale in un sistema non autonomo*, «La Tecnica Italiana», vol. XXXVII, n° 16, 1972, pp. 73-80;
- 74) LEPSCHY A., MILO S., TORRIANO D., *State variable approach to the study of hydraulic systems*, Polish-Italian Meeting on: *Modern applications of Mathematical Systems and Control Theory*, Cracow (Poland) September 1972, Rapporto Interno CNR-LEI 72-02, 1972;
- 74 bis) LEPSCHY A., MILO S., TORRIANO D., *State variable approach to the study of hydraulic systems*, «Control and Cybernetics», vol. II, n° 3-4, 1973, pp. 53-69;
- 75) LEPSCHY A., MILO S., *Acquisizione di dati in sistemi naturali di grandi dimensioni*, in *Simposio su sistemi interconnessi di elaborazione dati*, AEI – Trieste, maggio 1973, Memoria n° 15;
- 76) LEPSCHY A., MILO S., TORRIANO D., *Modelling techniques for a system engineering approach to the problems of water uses for agricultural purposes*, Proc. IFAC – IFORS Conference on *System Approaches to Developing Countries*, Algiers, May 1973;
- 77) LEPSCHY A., *I sistemi di controllo non lineari*, in *Seminario sulla Scienza dei Sistemi*, Parte II, Roma, Accademia Nazionale dei Lincei, 1975, pp. 297-358;
- 78) LEPSCHY A., *Sviluppi e prospettive della bioingegneria*, Lezione inaugurale dei Corsi Estivi del'a.a. 1972/73 tenuta in Bressanone il 15/7/1973, Annuario Università di Padova a.a. 1973/74 (DCCLII), pp. 1017-1044;
- 79) COBELLI C., LEPSCHY A., SALVAN A., *Modelli di sistemi e simulazione*, «Rassegna di Bioingegneria», vol. II, n° 4, 1974, pp. 2-9;
- 80) COBELLI C., LEPSCHY A., SALVAN A., *Modelli matematici a compartimenti di sistemi biologici*, «Rassegna di Bioingegneria», vol. II, n° 5, 1974, pp. 2-20;
- 81) COBELLI C., LEPSCHY A., SALVAN A., *Rappresentazioni grafiche di sistemi e cenni di teoria dei sistemi*, Bologna, Pàtron Editore, 1974;
- 82) LEPSCHY A., MILO S., TORRIANO D., *Modelli matematici di reti di canali*, in RINALDI S. (a cura di), *Ingegneria sistemistica ambientale*, Milano, CLUP, 1974, pp. 109-138;
- 82 bis) LEPSCHY A., MILO S., TORRIANO D., *Modelli matematici di reti di canali*, in DI PILLO G., MARONE V. (a cura di), *Giornate di studio su: 'Problemi di modellistica e controllo nella gestione delle risorse idriche'*, Università della Calabria, Arcavacata di Rende, marzo 1975, pp. 115-123;
- 83) BATTINELLI A., LEPSCHY A., *Phillips model and its control: an example of interaction between system and control theory and macroeconomic analysis*, Proc. II Polish Italian Conference on *Applications of System Theory to Economy*, Management ad Technology, Pugnochiuso, maggio 1974;



- 84) LEPSCHY A., MILO S., TORRIANO D., *Hydraulic plants simulation techniques*, Proc. AICA Symposium on *Hybrid Computation in Dynamic System Design*, Roma, novembre 1974, paper D1 – 2;
- 85) FORNASINI E., LEPSCHY A., *Evaluation of Mason's formula by using connection matrices*, «Ricerche di Automatica», vol. 5, n° 2-3, 1974, pp. 187-191;
- 86) LEPSCHY A., *Presentazione del secondo gruppo di memorie relative ai trasporti stradali*, Atti del Simposio sull'Automazione dei Trasporti Ferroviari e Stradali, Genova, marzo 1974;
- 87) BOMBI F., FORNASINI E., LEPSCHY A., *Un procedimento per il calcolo della trasferimento di un grafo di flusso di segnale con la formula di Mason*, «Alta Frequenza», vol. XLIV, n° 7, 1975, pp. 370-375;
- 88) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Structural identifiability of biological compartmental system – Digital computer implementation of a testing procedure*, Proc. 7th IFIP Conference on Optimization Techniques Modeling and Optimization in the Service of Man, Nice – September 1975;
- 89) FORNASINI E., LEPSCHY A., *A controllability criterion for continuous linear time-invariant systems*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. AC – 20n n° 5, 1975, p. 716;
- 90) COBELLI C., LEPSCHY A., MILO S., *Considerazioni sull'impiego di modelli formalizzati nell'ingegneria e in altre discipline*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. LXXXVII (1974-75), Parte II, 1976, pp. 193-209;
- 91) FORNASINI E., LEPSCHY A., *A reachability criterion for linear time-invariant systems*, «International Journal of Control», vol. 22, n° 6, 1975, pp. 883-887;
- 92) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Identificabilità strutturale di sistemi metabolici*, Atti del Convegno su *L'uso dei modelli nella diagnostica medica*, Pavia, febbraio 1976, pp. 224-270;
- 93) COBELLI C., LEPSCHY A., MILO S., *A tentative model of the dynamic behaviour of a society*, in TRAPPL R., DE HANIKA F. (eds.), *Progress in Cybernetics and Systems Research*, Proc. 3rd European Meeting on Cybernetics and System Research, vol 5, Vienna, April 1976, New York, Hemisphere Publ., 1979, pp. 190-193;
- 94) FORNASINI E., LEPSCHY A., STRATTA M., *Signal flow graphs and structural properties of linear systems*, in J. GUTENBAUM (ed.), *Proc. of the 3rd Italian-Polish Conference on Applications of System Theory to Economy and Technology*, Bia-lowieza (Poland), May 1976; Warszawa, 1977, pp. 48-65;
- 95) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Identifiability problems in biological systems*, Proc. of the 4th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, Tbilisi (URSS) September 1976 – Part I, pp. 390-400;
- 96) LEPSCHY A., MILO S., *Su un modello formalizzato per la rappresentazione delle concezioni di A. Toynbee sulla dinamica degli eventi storici*, «Scientia», anno LXX, vol. 111, 1976, pp. 7-50;
- 97) COBELLI C., LEPSCHY A., MILO S., *Modelli sistemistici di alcuni fenomeni descritti dalle teorie economiche*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. XC (1977-78), Parte II, 1979, pp. 21-31;

- 98) BOMBI F., LEPSCHY A., *Contributi dell'informatica alla cartografia*, Atti del Convegno sulla Cartografia Integrale per la Gestione del Territorio, Venezia, 1978, pp. 39-51;
- 99) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Identifiability od time variant compartmental models of biological processes*, in NIEMI A. (ed.), *A Link between Science and Applications of Automatic Control*, Proc. of the VII IFAC World Congress, Helsinki, June 1978, Oxford, Pergamon Press, 1979, pp. 509-51;
- 100) COBELLI C., LEPSCHY A., MILO S., *Models of societal and historical phenomena*, 4th Italian-Polish Meeting on Mathematical System Theory in Management and Economics, Bergamo, June 1978, Rapporto interno n° 71 dell'Istituto di Elettrotecnica e di Elettronica dell'Università di Trieste;
- 101) LEPSCHY A., *La ristrutturazione dell'ordinamento didattico delle Facoltà di Ingegneria ed i suoi riflessi sull'insegnamento della Fisica*, «Giornale di Fisica», vol. XIX, n° 3, 1978, pp. 195-205;
- 102) LEPSCHY A., SCHMID R., *Propositions pour la formation des ingénieurs informaticiens et des systèmes*, Proc. of the SEFI – FEANI International Congress on Engineering Education and New Professional Requirements, Pavia, September 1978;
- 103) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Comments on 'On the relationships between structural identifiability and controllability, observability properties'*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. AC – 23, n° 4, 1978, pp. 965-966;
- 104) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Structural identifiability of linear compartmental models*, in HALFON E. (ed.), *Theoretical System Ecology – Advances and Case Studies*, New York, Academic Press, 1979, pp. 237-258;
- 105) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Identification experiments and identifiability criteria for compartmental systems*, in MATHIS J.H., PATTEN B. C., WHITE G. C. (eds), *Compartmental Analysis of Ecosystem Models*, Burtonsville (MD), International Co-operative Publishing House, 1979, pp. 99-123;
- 106) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Identifiability of compartmental systems and related structural properties*, «Mathematical Biosciences», vol. XLVI, n° 1-2, 1979, pp. 1-18;
- 107) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Identifiability results on some constrained compartmental systems*, «Mathematical Biosciences», vol. XLVII, n° 3-4, 1979, pp. 173-195;
- 108) FORNASINI E., LEPSCHY A., *Contributo allo studio della controllabilità e della raggiungibilità nei sistemi dinamici polinomiali*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. XCI (1978-79), Parte II, 1980, pp. 65-76;
- 109) LEPSCHY A., *Introduzione alla teoria dei sistemi*, in *Annuario Scienza e Tecnica 1979*, Milano, Edizioni Scientifiche e Tecniche Mondadori, 1979, pp. 199-214;
- 110) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Identifiability in tracer experiments*, «Federation Proceedings», vol. 39, n° 1, 1980, pp. 91-96;
- 111) LEPSCHY A. (a cura di), *Applicazioni di Modellistica in Ecologia e Biologia*, Milano, CLUP, 1980, ed ivi;

- 111 bis) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *I modelli compartimentali e la loro identificazione a mezzo di esperimenti ingresso-uscita*, pp. 173-231;
- 112) COBELLI C., LANGELLA G., LEPSCHY A., *A system approach to the modeling of voting behaviour*, in GUTENBAUM J., NIEZODSKA M (eds.), *Applications of System Theory to Economics Management and Technology*, Warszawa – Lodz, Polish Scientific Publishers, 1980, pp. 189-199;
- 113) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., *Sul significato dei parametri determinati con esperimenti ingresso-uscita su sistemi biologici compartimentali*, «Rendiconti», LXXXI Riunione Annuale AEI, Trieste, settembre 1980, Memoria I, 40;
- 114) LEPSCHY A., MARCHESINI G., *Sur les perspectives et les limites de la théorie des systèmes dans les disciplines sociales*, in *Demain le Travail Rencontre ISE*, Paris, Economica, 1981, pp. 111-126;
- 115) LEPSCHY A., VIARO U., *Proprietà di una famiglia di polinomi associati ad una tabella di Routh*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. XCIV (1981/82), Parte II, 1983, pp. 5-21;
- 116) ALBERGONI V., COBELLI C., LEPSCHY A., *Compartmental systems. An appealing class for kinetic modeling and identification of metabolic processes*, «Toxicological and Environmental Chemistry», n° 4, 1981, pp. 297-336;
- 117) LEPSCHY A., VIARO U., *An improvement in the Routh-Padé approximation techniques*, «International Journal of Control», vol. 36, n° 4, 1982, pp. 643-661;
- 118) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Frequency-domain approach to model reduction problem*, «Electronic Letters», vol. 18, n° 19, 1982, pp. 829-830;
- 119) LEPSCHY A., VIARO U., *Simulation of complex systems via reduced-order models*, «International Journal of Modelling and Simulation», vol. III, n° 2, 1983, pp. 65-69;
- 120) LANGELLA G., LEPSCHY A., *Impiego di leggi di tipo gravitazionale nella ripartizione di gruppi di opinione*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CXLI (1982/83), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1984, pp. 63-74;
- 121) LEPSCHY A., VIARO U., *Il problema della costruzione di modelli matematici di ordine ridotto*, «Scienza e Cultura», n° 5, 1983, pp. 133-144;
- 122) LEPSCHY A., VIARO U., *A note on the model reduction problem*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. AC – 28, n° 4, 1983, pp. 525-527;
- 123) LEPSCHY A., VIARO U., *Some problems in model order reduction using frequency-domain methods*, in FUHRMANN P. A. (ed), *Mathematical Theory of Networks and Systems*, «Lecture Notes in Control and Information Sciences», n° 58, Berlin, Springer Verlag, 1984, p. 639-656;
- 124) LEPSCHY A., VIARO U., *Some considerations on non-minimality, ill-conditioning, and instability of Padé approximants*, «International Journal of Systems Science», vol. 14, n° 6, 1983, pp. 633-646;
- 125) LEPSCHY A., VIARO U., *Some properties of the complete root loci*, «Alta Frequenza», vol. LII, n° 4, 1983, pp. 297-299;
- 126) LEPSCHY A., VIARO U., *Guida allo Studio dei Controlli Automatici*, Bologna, Pàtron Editore, 1983;

- 127) LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *L'informatica e la telematica nella bonifica e nell'irrigazione*, Dispensa per il Seminario CUOA Nuovi orientamenti nel campo della bonifica e dell'irrigazione, Altavilla (Vicenza), dicembre 1983;
- 128) COBELLI C., LEPSCHY A., *I modelli matematici in medicina sperimentale ed in medicina clinica*, in SCANDELLARI C., FEDERSPIL G. (a cura di), *Scoperta e Diagnosi in Medicina*, Padova, Piccin, 1983, pp. 253-310;
- 129) LEPSCHY A., *La retroazione, una tecnica ed uno 'strumento per pensare'*, «Scienza e Cultura», n° 6, 1983, pp. 159-214;
- 130) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Model reduction in frequency-domain: Comparison and analysis of different methods*, «International Journal of Control and Computers», vol. 12, n° 3, 1984, pp. 77-80;
- 131) LEPSCHY A., VIARO U., *Derivation of root loci from implicit representations*, «Alta Frequenza», vol. LIII, n° 3, 1984, pp. 44-49;
- 132) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *A Padé-like procedure for the Taylor-Chebyshev approximation of rational functions*, «Alta Frequenza», vol. LIII, n° 3, 1984, pp. 181-184;
- 133) LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *Derivation of the characteristic polynomial of a multivariable system from its signal flow graph*, Proc. Symposium of Application of Multivariable System Techniques, Institute of Measurement and Control, Plymouth, November 1984, pp. 1-8;
- 134) LEPSCHY A., VIARO U., *Model reduction using the output equation error*, «International Journal of Systems Science», vol. 15, n° 9, 1984, pp. 1011-1021;
- 135) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *Compartmental analysis and its use in management and quantitative economics*, in CARAVANI P., CICHOCKI K. (eds.), *System Theory and Mathematical Economics*, Bologna, Pitagora Editrice, 1986, pp. 189-218;
- 136) LEPSCHY A., *Riflessioni su modelli cibernetici e retroazione*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. XCVI (1983/84), Parte II, 1985, pp. 5-30;
- 137) LEPSCHY A., *Modelli interpretativi e modelli predittivi*, «Scienza e Cultura», n° 8, 1985, pp. 17-40;
- 138) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Approximation errors in the computation od Chebyshev expansion coefficients*, «Electronics Letters», vol. 21, n° 10, 1985, pp. 414-415;
- 139) LEPSCHY A., VIARO U., *Model reduction for control systems with restricted complexity controllers*, «Journal of the Franklin Institute», vol. 319, n° 6, 1985, pp. 559-567;
- 140) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *L'analisi compartimentale: uno strumento efficace per i problemi di modellizzazione in vari campi applicativi*, «Ricerca Operativa», n° 36, 1985, pp. 69-90;
- 141) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Computational aspects of rational interpolation*, «Atti dell' Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CXLIII, Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, pp. 67-74;

- 142) LEPSCHY A., VIARO U., *Alcuni problemi relativi alla costruzione di modelli di ordine ridotto*, in MOSCA E. (a cura di), *Metodologie e dispositivi per l'identificazione, il controllo e l'elaborazione dei segnali nei sistemi dinamici*, Atti dell'incontro di Como, giugno 1984, Bologna, Tecnoprint, 1985, pp. 99-103;
- 143) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Frequency-domain approximation of transfer functions using Chebyshev-Padé techniques*, «Alta Frequenza», vol. LIV, n°5, 1985, pp. 331-341;
- 144) LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *An extension to the algorithm for finding a circuit of even length in a directed graph*, «International Journal of Systems Science», vol. 17, n° 5, 1986, pp. 829-831;
- 145) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *Symbolic expression of transfer functions in compartmental systems with control*, «International Journal of Systems Science», vol. 17, n° 6, 1986, pp. 925-935;
- 146) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Stability analysis of second-order direct-form digital filters with two roundoff quantizers*, IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS 33, n° 8, 1986, pp. 824-826;
- 147) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *A four-parameter model with delay for approximating complex distributed systems*, Proc. IMACS-IFAC Symposium on Modelling and Simulation for Control of lumped and Distributed Parameter Systems, Villeneuve d'Ascq (France), June 1986, pp. 587-591;
- 147 bis) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *A four-parameter model with delay for approximating complex distributed systems*, in BORNE P., TZAFESTAS S. (eds), *Applied Modelling and Simulation of Technological Systems*, Amsterdam, Elsevier Science Publishers B.V. (North Holland), 1987, pp. 153-158;
- 148) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Comments on 'ARMA' spectral estimation of time series with missing observations*, IEEE Trans. Information Theory, vol. IT-32, n° 4, 1986, pp. 601-602;
- 149) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Global asymptotic stability of digital filters with roundoff nonlinearities*, in BENSOUSSAN A., LIONS J. L. (eds.), *Analysis and Optimization of Systems*, «Lecture Notes in Control and Information Sciences», vol. 83, Berlin, Springer Verlag, 1986, pp. 617-629;
- 150) LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *Manipolazioni di grafi orientati*, in MOSCA E., *Metodologie e dispositivi per l'identificazione, il controllo e l'elaborazione dei segnali nei sistemi dinamici. Atti dell'incontro (Como, giugno 1985)*, Bologna, Tecnoprint, 1986, pp. 155-159;
- 151) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Parameter space quantisation in fixed point digital filters*, «Electronic Letters», vol. 22, n° 7, 1986, pp. 384-386;
- 152) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *An expanded schematic for compartmental systems*, «Mathematical Biosciences», vol. 79, n° 1, 1986;
- 153) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *Compartmental graphs accounting for smoothing, integration and differentiation*, «Journal of The Franklin Institute», vol. 321, n° 3, 1986, pp. 179-188;
- 154) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *On the relationship between Forrester schematics and compartmental graphs*, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, vol. SMC-16, n° 5, 1986, pp. 723-726;



- 155) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Peculiar characteristics of stability regions for a class of digital filters with quantization nonlinearities*, – Proc. 25th Conference on Decision and Control, CDC, Athens, December 1986, 1986, pp. 598-599;
- 156) LEPSCHY A., *L'informatica e la formulazione di modelli matematici*, «Civiltà Cibernetica», Anno 6°, N° 3, 1986, pp. 10-15;
- 157) LEPSCHY A., *La scienza dei sistemi e l'ingegneria*, in CAROTTI A. (a cura di), *Venti Conferenze nel Politecnico di Milano*, Milano, CUSL, 1986, pp. 301-319;
- 158) COBELLI C., LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *Sistemi compartimentali con controllo*, in MOSCA E. (a cura di), *Metodologie e dispositivi per l'identificazione, il controllo e l'elaborazione di segnali nei sistemi dinamici. Atti dell'incontro (Como, giugno 1986)*, Bologna, Tecnoprint, 1987, pp. 59-62;
- 159) LEPSCHY A., ROMANIN JACUR G., VIARO U., *A procedure to obtain the symbolic expression of input-output representations from a signal flow graph*, «Control and Cybernetics», vol. 15, n° 3-4, 1986, pp. 425-445;
- 160) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *A contribution to the stability analysis of second-order direct-form digital filters with magnitude truncation*, IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing, vol. ASSP – 35, n° 8, 1987, pp. 1207-1210;
- 161) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *A method for optimal linear model reduction*, «Systems & Control Letters», vol. 8, n° 5, 1987, pp. 405-410;
- 162) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Stability of coupled-form digital filters with roundoff quantisation*, «Alta Frequenza», vol. LVI, n° 8, 1987, pp. 357-360;
- 163) LEPSCHY A., TOFFANIN G.A., *Cultura padovana scientifica e letteraria all'Accademia nel corso di due secoli*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. XCVIII (1985/86), Parte I, 1987, pp. 47-59;
- 164) LEPSCHY A., VIARO U., *Polynomial truncation and Hurwitz Property*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. XCVIII (1985/86), Parte II, 1987, pp. 23-33;
- 165) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Parameter plane quantisation induced by the signal quantisation in second-order fixed point digital filters with one quantiser*, «Signal Processing», vol. 14, n° 1, 1988, pp. 103-106;
- 166) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *System approximation by matching the impulse response energies*, «Journal of The Franklin Institute», vol. 325, n° 1, 1988, pp. 17-26;
- 167) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *A stability test for continuous systems*, «Systems & Control Letters», vol. 10, n° 3, 1988, pp. 175-189;
- 168) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Stability preservation and computational aspects of a newly proposed reduction method*, IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC – 33, n° 3, 1988, pp. 307-310;
- 169) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Effects of quantization in second-order fixed point digital filters with two's complement truncation quantizers*, IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS – 35, n° 4, 1988, pp. 461-466;

- 170) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Zero-state accessibility and stability of optimal coupled-form digital filters with rounding*, IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS – 35, n° 5, 1988, pp. 590-594;
- 171) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Limit cycles due to signal quantization in digital filters*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CXLVI (1987/88), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1989, pp. 1-19;
- 172) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *On the behaviour of certain digital oscillators*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina SS. LL. AA.», vol. C (1987/88), Part II, pp. 51-58;
- 173) LEPSCHY A., *Note sulla formazione degli ingegneri*, «Scienza e Cultura», Nuova Serie, n° 3, 1988, pp. 57-80;
- 174) LEPSCHY A., VIARO U., *Problemi di modellistica e di elaborazione di segnali digitali*, in MOSCA E. (a cura di), *Metodologie e dispositivi per l'identificazione, il controllo e l'elaborazione dei segnali nei sistemi dinamici*, Atti dell'incontro di Como, giugno 1987, Bologna, Tecnoprint, 1988, pp. 93-97;
- 175) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *A comparative analysis of some reduction methods based on quadratic criteria*, Proc. 12th IMACS World Conference on Scientific Computation, Paris, July 1988, vol I, 1988, pp. 103-105;
- 176) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *A geometrical interpretation of the Routh test*, «Journal of The Franklin Institute», vol. 325, n° 6, 1988, pp. 695-703;
- 177) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *A note on linear spectral frequencies*, IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing, vol. ASSP – 36, n° 8, 1988, pp. 1355-1357;
- 178) LEPSCHY A., *Il ruolo dell'automatica nella formazione degli ingegneri in Italia*, Atti del Colloquio Internazionale *Il Ruolo dell'Automatica nella Formazione degli Ingegneri*, Bologna, settembre 1988, Bologna, Tecnoprint, 1988, pp. 91-109;
- 179) LEPSCHY A., VIARO U., *Alcuni modelli della dinamica del mondo*, «Pace, Diritti dell'Uomo, Diritti dei Popoli», anno II, n° 3, 1988, pp. 39-49;
- 180) KRAJEWSKY W., LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *General and split forms of some well-known s-domain algorithms*, Proc. IEEE Int. Conf. Control and Application (ICCON 89), Jerusalem, April 1989, pp. RP 6-6-1 – RP 6-6-3;
- 181) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Contribution to the study of the quantization effects in fixed-point digital filters*, «Alta Frequenza», vol. LVIII, n° 1, 1989, pp. 3-14;
- 182) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Euclid-Type algorithm and its applications*, «International Journal of Systems Science», vol. 20, n° 6, 1989, pp. 945-946;
- 183) LEPSCHY A., *Prospettive per la formazione degli ingegneri nel campo dell'automatica*, Atti XXXII Convegno Nazionale Annuale di Automazione, Roma, 1989, pp. 715-726;
- 183 bis) LEPSCHY A., *Prospettive per la formazione degli ingegneri nel campo dell'automatica*, «Automazione e Strumentazione», vol. XXXVIII, n° 5, 1990, pp. 117-124;
- 184) LEPSCHY A., *Ricordando Giuseppe Francini*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. C (1987/88), Parte I, 1989, pp. 60-65;

- 185) LEPSCHY A., VIARO U., *On the simplification of transfer-function matrices using Padé-type methods*, «Control and Computers», vol. 17, n° 1, 1989, pp. 1-5;
- 186) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Zero-input limit cycles and stability in second-order fixed-point digital filters with two magnitude-truncation quantizers*, «Circuits, Systems, Signal Processing», vol. 8, n° 4, 1989, pp. 473-473;
- 187) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Splitting of some s-domain stability test algorithms*, «International Journal of Control», vol. 50, n° 6, 1989, pp. 2237-2247;
- 188) CALIMANI R., LEPSCHY A., *Feedback – Guida ai Cicli di Retroazione: dal Controllo Automatico al Controllo Biologico*, Milano, Garzanti, collana “Strumenti di Studio”, 1990;
- 189) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *A unifying frame for stability-test algorithms for continuous-time systems*, IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. CAS – 37, n° 2, 1990, pp. 290-296;
- 190) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *On model reduction by  $L_2$ -optimal pole retention*, «Journal of The Franklin Institute», vol. 327, n° 1, 1990, pp. 61-70;
- 191) LEPSCHY A., *Mathematical models and feedback in the study of complex systems*, in BELARDINELLI E. (ed.), *Imola Conference on University and Research*, Milano, Martello, 1990, pp. 117-124;
- 192) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Constrained  $L_2$ -optimal model reduction*, Proc. 9-th IASTED Symposium on Modelling, Identification and Control, MIC '90, February 1990, pp. 10-13;
- 192 bis) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Constrained  $L_2$ -optimal model reduction*, «Control and Computers», vol. 19, n° 2, 1991, pp. 45-48;
- 193) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Split forms of z-domain algorithms for linear prediction and stability analysis*, in BENSOUSSAN A., LIONS J.L. (eds.), *Analysis and Optimization of Systems*, «Lecture Notes in Control and Information Sciences», n° 144, Berlin, Springer, 1990, pp. 218-227;
- 194) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *An alternative proof of the Jury-Marden stability criterion*, «Control and Computers», vol. 18, n° 3, 1990, pp. 70-73;
- 195) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Common setting for some classical z-domain algorithms in linear system theory*, «International Journal of Systems Science», vol. 21, n° 4, 1990, pp. 739-747;
- 196) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Metodi ricorsivi per la semplificazione ottima di sistemi lineari*, in BITTANTI S. (a cura di), *Identificazione di modelli, controllo di sistemi, elaborazione di segnali. Atti dell'incontro (L'Aquila, settembre 1989)*, Bologna, Tecnoprint, 1990;
- 197) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Stability regions for second-order fixed-point digital filters in coupled form*, «Circuits, Systems, Signal Processing», vol. 9, n° 4, 1990, pp. 409-420;
- 198) LEPSCHY A., *Divagazioni fra automatica e informatica*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CI (1988/89), Parte II, 1990, pp. 93-108;



- 199) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Efficient split algorithm for continuous-time and discrete-time systems*, «Journal of The Franklin Institute», vol. 238, n° 1, 1991, pp. 103-121;
- 200) COBELLI C., LEPSCHY A., *I progressi degli elaboratori elettronici e le prospettive del loro impiego in medicina*, Bio/Logica, vol. 5, Epistemologia Informatica, Ancona/Bologna, Transeuropa, 1991, pp. 11-19;
- 201) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Hermite-type interpolation of square-magnitude functions*, «Applied Mathematics and Computation», vol. 43, n° 3, 1991, pp. 265-270;
- 202) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *La retroazione: una tecnica e un modo di interpretare fenomeni di varie scienze*, «Nuova Secondaria», vol. 8, n° 2, 1991, pp. 21-32, 49-54, 59-64;
- 203) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Modelling frequency response by positive rational functions*, Proc. 1991 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Singapore, 1991, vol. 5, pp. 2737-2740;
- 204) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *On rational interpolation with positivity constraints*, «Circuits, Systems, Signal Processing», vol. 10, n° 4, 1991, pp. 471-483;
- 205) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Split stability-test algorithms: a comparative analysis*, in CONTE G., PERDON A. M., WYMAN B. (eds), *New Trends in System Theory*, Boston, Birkhäuser, 1991, pp. 505-512;
- 206) LEPSCHY A., *Ricordo di Benjamin Franklin nel 2° centenario della sua morte*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CII (1989/90), Parte I, 1991, pp. 57-66;
- 207) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Un paradosso a proposito della freccia del tempo*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CII (1989/90), Parte II, 1991, pp. 59-69;
- 208) LEPSCHY A., MIAN G.A., PINATO G., VIARO U., *Rational  $L_2$  approximation: a non gradient algorithm*, Proc. 30-th Control and Decision Conference CDC 91, Brighton (U.K), 1991, pp. 2321-2323;
- 209) LEPSCHY A., *L'informazione, un'idea guida del nostro secolo*, «Rendiconti dell'Accademia Nazionale delle Scienze, detta dei XL», Memorie di Scienze Fisiche e Naturali, Serie V, vol. XV, Tomo II, Parte II, 1991, pp. 295-319;
- 210) LEPSCHY A., LORO S., MIAN G.A., VIARO U., *A numerical procedure for rational  $L_2$  approximation*, in KIMURA H., KODAMA S. (eds), *Recent Advances in Mathematical Theory of Systems, Control, Networks and Signal Processing*, Proc. International Symposium MTNS '91, Tokio, MITA Press, 1992, pp. 431-436;
- 211) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Compact form for optimality conditions for multivariable model reduction*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CL (1991/92), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1992, pp. 119-128;
- 212) LANZOTTI E., LEPSCHY A., VIARO U., *The root-locus approach to the analysis of zero-location procedures*, Proc. 1992 IEEE International Symposium Circuits and Systems, San Diego (California), 1992, pp. 2398-2401;

- 213) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Feedback control in ancient water and mechanical clocks*, IEEE Trans on Education, vol. 35, n° 1, 1992, pp. 3-10;
- 214) LEPSCHY A., VIARO U., *Complexity and feedback*, in ISIDORI A., TARN T. (eds), *Systems, Models and Feedback: Theory and Applications – In Honour of Professor Antonio Ruberti*, Boston, Birkhäuser, 1992, pp. 111-126;
- 215) LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Da Ctesibio a James Watt: considerazioni in margine allo sviluppo storico dei controlli automatici*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CIII (1990/91), Parte II, 1992, pp. 5-16;
- 216) LEPSCHY A., VIARO U., *Steady-state response revisited*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CIII (1990/91), Parte II, 1992, pp. 85-94;
- 217) LEPSCHY A., *Le reti nella costruzione di modelli matematici*, Bio/Logica, vol. 6, Reti – Scienza, Cultura, Economia, Ancona/Bologna, Transeuropa, 1993, pp. 51-68;
- 218) LEPSCHY A., *Introduzione*, in *La Cultura Informatica in Italia – Riflessioni e Testimonianze sulle Origini 1950-1970*, a cura della Fondazione Adriano Olivetti, Torino, Bollati Boringhieri, 1993, pp. IX-XXIII;
- 219) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *Optimality conditions in multivariable model reduction*, «Journal of The Franklin Institute», vol. 330, n° 3, 1993, pp. 431-439;
- 220) LEPSCHY A., VIARO U., *On the mechanism of recursive stability-test algorithms*, «International Journal of Control», vol. 58, n° 2, 1993, pp. 485-493;
- 221) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., MIAN G.A., VIARO U., *On flexible model reduction by modified factor division method*, «Systems Science», vol. 19, n° 2, 1993, pp. 23-36;
- 222) LEPSCHY A., *Lettera di A. Lepschy in occasione del centenario della nascita di Carlo Emilio Gadda*, «AEI» (già L'Elettrotecnica), vol. LXXX, n° 11, 1993, p. 73/1059;
- 223) LEPSCHY A., VIARO U., *L'alba della complessità*, «Nuova Civiltà delle Macchine», vol. XI, n° 3/4, 1993, pp. 58-68;
- 224) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Relations among the autocorrelation coefficients or recursively generated digital filters*, «Archives of Control Sciences», vol. 2 (XXXVIII), n° 1/2, 1993, pp. 73-80;
- 225) LEPSCHY A., VIARO U., *Derivation of recursive stability-test procedures*, «Circuits, Systems, Signal Processing», vol. 13, n° 5, 1994, pp. 615-623;
- 226) BEGHI A., LEPSCHY A., VIARO U., *Recursive evaluation of the squared  $L_2$  norm of a rational function*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLI (1992/93), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1994, pp. 199-208;
- 227) LEPSCHY A., *Osservazioni sul vocabolario cromatico della Comedia di Dante*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLII (1993/94), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1994, pp. 1-14;
- 228) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Remarks on algorithms for  $L_2$  model reduction*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLII (1993/94), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1994, pp. 99-106;

- 229) LEPSCHY A., VIARO U., *Manipulating the Routh table*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CV (1992/93), Parte II, 1994, pp. 93-103;
- 230) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Second-order information in recursive stability-test algorithms*, in HELME U., MENNICKEN R, SAURER J. (eds), *Systems and Networks: Mathematical Theory and Application – Proc. International Symposium MTNS '93*, Regensburg, August 1993, Vol. II, Berlin, Akademie Verlag, 1994, pp. 297-300;
- 231) DORATO P., LEPSCHY A., VIARO U., *Some comments on steady-state and asymptotic responses*, IEEE Trans. on Education, vol. 37, n° 3, 1994, pp. 264-268;
- 232) LEPSCHY A., *Colori e suoni. Divagazioni sul cerchio dei colori di Newton*, «Istituto Lombardo – Accademia di Scienze e Lettere. Rendiconti. Scienze Chimiche e Fisiche, Biologiche, Geologiche e Mediche», B, vol. 127 (1993), fasc. I, 1994, pp. 129-142;
- 233) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., REDIVO-ZAGLIA M., VIARO U., *Results on the application of an algorithm for  $L_2$  model reduction*, «Journal of Circuits, Systems and Computers», vol. 4, n° 3, 1994, pp. 295-303;
- 234) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Reduction of linear continuous-time multivariable systems by matching first – and second-order information*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 39, n° 10, 1994, pp. 2126-2129;
- 235) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Approximation of continuous-time linear systems using Markov parameters and energy indices*, in KULIKOWSKI R., SKATULA K, KACPRZYK J. (eds), *Proc. of the 9th Polish-Italian and 5th Polish-Finnish Symposium on System Analysis and Decision Support in Economics and Technology*, Radziejowice (Poland), October 1993, Omnitech Press, Warszawa, 1994, pp. 171-179;
- 235 bis) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Approximation of continuous-time linear systems using Markov parameters and energy indices*, «Archives of Control Sciences», vol. 3 (XXXIX), n° 1-2, 1994, pp. 5-14;
- 236) BEGHI A., LEPSCHY A., VIARO U., *A property of the Routh table and its use*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 39, n° 12, 1994, pp. 2494-2496;
- 237) LEPSCHY A., *Ghiribizzi 'cibernetici' a proposito del Machiavelli*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CVI (1993/94), Parte II, 1994, pp. 41-52;
- 238) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Properties of model reduction techniques based on the retention of first – and second – order information*, «Applied Mathematics and Computer Science», vol. 5, n° 3, 1995, pp. 561-571;
- 239) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Model reduction by matching Markov parameters, time moments, and impulse-response energies*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 40, n° 5, 1995, pp. 949-953;
- 240) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., REDIVO-ZAGLIA M., VIARO U., *A program for solving the  $L_2$  reduced-order model problem with fixed denominator degree*, «Numerical Algorithms», vol. 9, n° 3-4, 1995, pp. 355-377;

- 241) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *A comparative analysis of some reduction methods based on first – and second-order information*, in ROBERTS P.D., ELLIS J. E. (eds), *Large Scale Systems – Theory and Applications – Preprints of the IFAC/IFORS/IMACS Symposium (London, July 1995)*, Vol. I, Oxford, Pergamon Press, 1995, pp. 89-92;
- 242) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *A unifying approach to model reduction by preserving first – and second-order information*, in ISIDORI A., BITTANTI S., MOSCA E., DE LUCA A., DI BENEDETTO M.D., ORIOLO G. (eds), *Proc. of Third European Control Conference ECC 95 (Roma, September 1995)*, Vol. IV, 1995, pp. 2177-2180;
- 243) LEPSCHY A., VIARO U., *Galileo e la misura dello spazio e del tempo*, in *Atti delle Celebrazioni Galileiane 1592-1992*, vol. V, Trieste, LINT, 1995, pp. 109-128;
- 244) LEPSCHY A., *Divagazioni fra politica e geometria – A proposito del saggio ‘Destra e Sinistra’ di Norberto Bobbio*, «Atti e Memorie dell’Accademia Patavina di SS. LL.AA.», vol. CVII (1994/95), Parte II, 1995, pp. 41-53;
- 245) LEPSCHY A., *Il nome dei colori*, «Atti e Memorie dell’Accademia Patavina di SS. LL.AA.», vol. CVII (1994/95), Parte II, 1995, pp. 99-127;
- 246) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Model reduction by reproducing the asymptotic response*, «Journal of The Franklin Institute», vol. 332B, n° 4, 1995, pp. 393-402;
- 247) LEPSCHY A., *Evoluzioni e prospettive nell’area dei controlli automatici*, in *Evoluzioni e Prospettive dell’Ingegneria dell’Informazione – Atti della giornata di studio in ricordo di Ercole De Castro (Bologna, dicembre 1994)*, Bologna, Progetto Leonardo, 1996, pp. 65-73;
- 248) LEPSCHY A., *La ‘macchina aritmetica’ di Giovanni Poleni*, «Padova e il Suo Territorio», anno XI, n° 61, 1996, pp. 12-14;
- 249) LEPSCHY A., *Osservazioni sul vocabolario cromatico del Canzoniere di Petrarca*, «Atti dell’Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLIV (1995/96), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1996, pp. 1-14;
- 250) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *On the notion of pole dominance*, «Atti dell’Istituto Veneto di SS. LL. AA.», Tomo CLIV (1995/96), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1996, pp. 15-32;
- 251) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Model reduction based on selected measures of the output equation error*, in KULJANIC E. (ed), *Advanced Manufacturing Systems and Technology*, Wien – New York, Springer Verlag, 1996, pp. 617-624;
- 252) BEGHI A., LEPSCHY A., VIARO U., *On the simplification of the mathematical model of a delay element*, in KULJANIC E. (ed), *Advanced Manufacturing Systems and Technology*, Wien – New York, Springer Verlag, 1996, pp. 617-624;
- 253) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *An optimization approach to model reduction*, in BANKA S., DOMEK S., EMIRSALOW Z. (eds), *MMAR '96. Proceedings of the Third International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics (Miedzyzdroje, September 1996)*, Szczecin (Poland), Zapol, 1996, pp. 351-356;

- 254) BEGHI A., LEPSCHY A., VIARO U., *The Hurwitz matrix and the computation of second-order information indices*, in JELTSCH R., MANSOUR M. (eds.), *Stability Theory – Proceedings of Hurwitz Centenary Conference*, «International Series of Numerical Mathematics (ISNM)», vol. 121, Basel, Birkhäuser, 1996, pp. 1-10;
- 255) BEGHI A., LEPSCHY A., VIARO U., *A property of the Routh table and its use*, «IEEE Trans. on Automatic Control», vol. 39, n° 12, 1994, pp. 2494-2496;
- 256) FERRANTE A., LEPSCHY A., VIARO U., *Extension of the concept of system type*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CVIII (1995/96), Parte II, pp. 81-92;
- 257) CORTIANA P., LEPSCHY A., *Applicazione della teoria degli insiemi 'fuzzy' per la classificazione dei colori dello spettro*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CVIII (1995/96), Parte II, pp. 139-150;
- 258) LEPSCHY A., *Ricordando Francesco Barozzi*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLIV (1995/96) Parte Generale e Atti Ufficiali, pp. 171-177;
- 259) BEGHI A., LEPSCHY A., VIARO U., *Approximating delay elements by feedback*, IEEE Trans. on Circuits and Systems – Fundamental Theory and Applications, vol. 44, n° 9, 1997, pp. 824-828;
- 260) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Efficient techniques in  $L_2$ -optimal model reduction*, in DOMEK S., EMIRSAJLOW Z., KASZYNSKI R. (eds), *MMAR '97. Proceedings of the Fourth International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics, Miedzyzdroje, August 1996*, Szczecin (Poland), Zapol, 1997, pp. 199-204;
- 261) LEPSCHY A., *Trent'anni di automatica in Italia*, «Automazione e Strumentazione», vol. XV, n° 9, 1997, pp. 91-96;
- 262) LEPSCHY A., *Considerazioni sull'insegnamento universitario nel campo dell'automazione*, in *Atti del Convegno Automazione 97, 41° Convegno Nazionale ANIPLA, Torino 1997*, Torino, Sezione di Torino dell'Anipla, 1997, pp. 661-665;
- 263) LEPSCHY A., *Ricordo di Giuseppe Scorza Dragoni*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CIX (1996/97), Parte I, 1997, pp. 105-109;
- 264) LEPSCHY A., *Ricordo di Anton Maria Lorgna nel duecentesimo anniversario della scomparsa*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CIX (1996/97), Parte II, 1997, pp. 5-23;
- 265) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *A new algorithm for  $L_2$ -optimal model reduction*, in DOMEK S., EMIRSAJLOW Z., TARASIEJSKI L. (eds), *MMAR '98. Proceedings of the Fifth International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics, Miedzyzdroje, August 1998*, Vol. 1, *Control Theory, Modelling and Simulation*, Szczecin (Poland), Zapol, 1998, pp. 213-216;
- 266) LEPSCHY A., *Introduzione al dibattito sull'idea di intelligenza*, in BADALONI S., MINNAJA C. (a cura di), *Atti del Sesto Convegno dell'Associazione Italiana per l'Intelligenza Artificiale AIIA*, Padova, Edizioni Progetto, 1988, p. 11;

- 267) LEPSCHY A., *Il colore della porpora*, in LONGO O. (a cura di), *La Porpora. Realtà e Immaginario di un Colore Simbolico. Atti del Convegno di Studio (Venezia ottobre 1996)*, Venezia, Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, pp. 53-66;
- 268) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *An alternative approach to energy equivalent approximation of weighted frequency responses*, in BEGHI A., FINESSO L., PICCI G. (eds), *Mathematical Theory of Networks and Systems*, Padova, Il Poligrafo, 1998, pp. 153-156;
- 269) FERRANTE A., LEPSCHY A., VIARO U., *Forcing convergence of fixed-point recursive algorithms: a system-theoretic approach*, in BEGHI A., FINESSO L., PICCI G. (eds), *Mathematical Theory of Networks and Systems*, Padova, Il Poligrafo, 1998, pp. 609-612;
- 270) LEPSCHY A., *Ricordo del socio effettivo Ippolito Sorgato*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CX (1997/98), Parte I, 1998, pp. 136-141;
- 271) LEPSCHY A., *Cultura e varia umanità negli interventi di Massimo Aloisi*, «Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA.», vol. CX (1997/98), Parte I, 1998, pp. 183-188;
- 272) LEPSCHY A., *Interdisciplinarietà e metadisciplinarietà dai punti di vista dell'ingegneria dell'informazione e della cibernetica*, in RIONDATO E. (a cura di), *Accademia e Intedisciplinarietà*, Padova, Accademia Galileiana di SS. LL. AA., 1998, pp. 169-190;
- 273) LEPSCHY A., *Giuseppe Toaldo e il parafulmine*, «Padova e il Suo Territorio», anno XIII, n° 76, 1998, pp. 16-18;
- 274) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Convergent algorithms for  $L_2$  model reduction*, «Automatica», vol. 35, n° 1, 1999, pp. 75-79;
- 275) FERRANTE A., LEPSCHY A., VIARO U., *Precisione a regime e tipo dei sistemi di controllo*, «Automazione e Strumentazione», anno XLVII, n° 2, 1999, pp. 125-132;
- 275 bis) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Remarks on the steady-state accuracy of a feedback control system*, «Control and Cybernetics», vol. 29, n° 1, 2000, pp. 51-67;
- 276) LEPSCHY A., *Conarion*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLVI (1997/98), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1999, pp. 141-160;
- 277) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *A convergent algorithm for  $L_2$  optimal MIMO model reduction*, in KULJANIC E. (ed), *Advanced Manufacturing Systems and Technology*, Wien – New York, Springer Verlag, 1999, pp. 651-657;
- 278) FERRANTE A., LEPSCHY A., VIARO U., *A simple proof of the Routh test*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 44, n° 6, 1999, pp. 1306-1309;
- 279) LEPSCHY A., *Semplice, è complesso*, «Lettera Matematica Pristem», n° 31, Marzo 1999, pp. 16-24;
- 280) LEPSCHY A., *Osservazioni sul vocabolario cromatico di Foscolo, Manzoni e Leopardi*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLVII (1998/99), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1999, pp. 1-19;



- 281) LEPSCHY A., *Fenomeni e modelli matematici*, Discorso inaugurale per l'anno accademico 1998/99 (400°), «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS.LL.AA.», vol. CXI (1998/99), Parte I, 1999, pp. 79-93;
- 282) LEPSCHY A., *Scampolo Leopardiano*, «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS.LL.AA.», vol. CXI (1998/99), Parte II, 1999, pp. 55-60;
- 283) LEPSCHY A., *Ordine Disordine Chaos*, Discorso tenuto nell'adunanza solenne del 13 giugno 1999 nella Sala del Piovego del Palazzo Ducale, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLVII (1998/99), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1999, pp. 115-132;
- 284) FERRANTE A., LEPSCHY A., VIARO U., *Introduzione ai Controlli Automatici*, Torino, UTET, 2000;
- 285) LEPSCHY A., *Giuseppe Toaldo e il conduttore elettrico*, in PIGATTO L. (a cura di), *Giuseppe Toaldo e il suo tempo, nel bicentenario della morte – Scienza e lumi tra Veneto ed Europa, Atti del Convegno (Padova, novembre 1997)*, Centro per la Storia dell'Università di Padova – Osservatorio Astronomico di Padova, Collana Contributi alla Storia dell'Università di Padova, Cittadella, Bertolcello Artigrafiche, 2000, pp. 483-501;
- 286) LEPSCHY A., *Complessità: sistemi complessi*, in *Enciclopedia Italiana – Appendice 2000*, vol. I (A – LA), Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana, 2000, pp. 400-405;
- 287) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *A family of nongradient algorithms for  $L_2$  optimal MIMO model reduction*, in DOMEK S., KASZYNSKI R. (eds), *MMAR 2000. Proceedings of the Sixth International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Miedzydroje August 2000*, Vol. 1, Szczecin (Poland), Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, 2000, pp. 255-260;
- 288) LEPSCHY A., *L'Accademia dei XL*, in SITRAN REA L. (a cura di), *Istituzioni culturali, scienza, insegnamento nel Veneto dall'età delle riforme alla restaurazione (1761-1818). Atti del Convegno di Studi, Padova, 28-29 maggio 1998*, Trieste, LINT, 2000, pp. 31-47;
- 289) LEPSCHY A., *L'innovazione nel campo delle scienze e della tecnica*, in *Un secolo tra innovazione e conservazione. Atti del Convegno promosso dall'Associazione Premio Letterario Giuseppe Mazzotti, Treviso – San Polo di Piave, 13 novembre 1999*, Piazzola sul Brenta (Pd), Edizioni Papergraf, 2000, pp. 35-45;
- 289 bis) LEPSCHY A., *Considerazioni a proposito del progresso tecnologico nel ventesimo secolo*, «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS. LL. AA.», vol. CXII (1999-2000), Parte II, 2000, pp. 7-15;
- 290) LEPSCHY A., in *L'impegno sociale e culturale di Massimo Aloisi a Padova*, Vigorovea (Pd), Nuova Grafica, 2000, pp. 18-22;
- 291) LEPSCHY A., *Galileo Ferraris e il motore elettrico protagonista della industrializzazione e dell'automazione*, in *Galileo Ferraris (1897-1997) fisico e ingegnere (Udine – Manzano, novembre dicembre 1997 gennaio 1998)*, Piccola Scientifica Malignani, 5, Udine, Graphis Fagagna, 2000, pp. 105-114;
- 292) LEPSCHY A., *Automatica e sistemistica. Verso un destino comune*, «AEI» (seguito de L'Elettrotecnica), vol. 87, n. 12, dicembre 2000, pp. 47-51;

- 293) LEPSCHY A., *L'Imperial-Regia Accademia di Scienze, Lettere ed Arti*, in RIONDATO E. (a cura di), *Dall'Accademia dei Ricovrati all'Accademia Galileiana. Atti del Convegno storico per il IV centenario della fondazione (1599-1999), Padova, 11-12 aprile 2000, Accademia Galileiana di SS. LL. AA. in Padova, Padova, Tipografia "La Garangola", 2001, pp. 109-128;*
- 294) LEPSCHY A., *Divagazioni su "ragione" e numeri irrazionali*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLVIII (1999-2000), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 2000, pp. 271-280;
- 295) FERRANTE A., LEPSCHY A., VIARO U., *Convergence analysis of a fixed point algorithm*, «Italian Journal of Pure and Applied Mathematics», n° 9, January 2001, pp. 179-186;
- 296) LEPSCHY A., *Ricordo del s.e. Mario Volpato*, «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS. LL. AA.», vol. CXIII (2000-2001), Parte I, 2001, pp. 108-113;
- 297) LEPSCHY A., *Ricordo di Ugo Morin nel centenario della nascita*, «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS. LL. AA.», vol. CXIII (2000-2001), Parte II, 2001, pp. 55-64;
- 297 bis) LEPSCHY A., *Ugo Morin, l'uomo e il maestro*, «Padova e il suo Territorio», Anno XVI, n° 94, 2001, pp. 6-8;
- 298) LEPSCHY A., *Divagazioni di un appassionato di atlanti storici*, «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS. LL. AA.», vol. CXIII (2000-2001), Parte II, 2001, pp. 99-112;
- 299) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Simple procedure for analytic stability margin design*, in KASZYNSKI R. (ed.), *MMAR 2001. Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, Vol. 1, Szczecin (Poland), Wydawnictwo Uczelniane Politechniki, pp. 309-314;
- 300) LEPSCHY A., *Considerazioni sul vocabolario cromatico del Faust di Goethe*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLIX (2000-2001), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 2001, pp. 217-244;
- 301) LEPSCHY A., *Le dimensioni del tempo*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLIX (2000-2001), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 2001, pp. 279-289;
- 302) FERRANTE A., LEPSCHY A., VIARO U., *A variant of a convergent fixed-point algorithm to avoid computing Jacobians*, «Italian Journal of Pure and Applied Mathematics», n° 10, July 2001, pp. 47-54;
- 303) LEPSCHY A., VIARO U., *Modelli di influenza reciproca (Mutual causality)*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLIX (2000-2001), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 2001, pp. 387-401;
- 304) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., MIANI S., VIARO U., *Robustness analysis of frequency-domain PI controller design procedures*, in KULJANIC E. (ed), *Advanced Manufacturing Systems and Technology*, Wien – New York, Springer Verlag, 2002, pp. 585-592;
- 305) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Robustness with respect to phase variations: a design criterion*, in DOMEK S., KASZYNSKI R. (eds), *MMAR 2002. Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Metho-*



- ds and Models in Automation and Robotics*, Vol. 1, Szczecin (Poland). Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecinskiej, pp. 433-438;
- 306) LEPSCHY A., *Il simbolo per lo zero è davvero necessario nei sistemi di numerazione posizionali?*, «Archimede», Anno LIV, n. 3, luglio-settembre 2002, pp. 135-137;
- 307) LEPSCHY A., *Considerazioni neodarwiniane sui sistemi di numerazione*, «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS. LL. AA.», vol. CXIV (2001-2002), Parte II, 2002, pp. 31-54;
- 308) BEGHI A., LEPSCHY A., KRAJEWSKI W., VIARO U., *Remarks on delay approximations based on feedback*, in Levesley J., ANDERSON I., MASON J.C. (eds), *A4A4 – Algorithms for Approximations IV. Proceedings of the International Symposium held at the University of Huddersfield, July 2001*, The University of Huddersfield, Huddersfield, UK, 2002, pp. 412-419;
- 309) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Analytic stability margin design for unstable and nonminimum-phase plants*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 47, n. 12, december 2002, pp. 2117-2121;
- 310) LEPSCHY A., VIARO U., *Modelli di civiltà secondo la concezione di Arnold J. Toynbee*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti» Tomo CLX (2001-2002), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 2002, pp. 249-274;
- 311) LEPSCHY A., *Divagazioni fra termotecnica e automatica*, in *Atti del 58° Congresso Annuale Associazione Termotecnica Italiana, Padova – San Martino di Castrozza (9-12 sett. 2003)*, Vol. I, SGEEditoriali, Padova, 2003, pp. XXVII-XLII;
- 312) FERRANTE A., LEPSCHY A., VIARO U., *Tracciamento della carta di Nichols della sensibilità*, «Automazione e Strumentazione», anno LI, n° 8, settembre 2003, pp. 114-116;
- 313) LEPSCHY A., *Cristalli e simmetrie*, in ZANETTIN B. (a cura di), *Cristalli e Gemme. Realtà fisica e Immaginario Simbologia Tecniche e Arte*, Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Venezia, 2003, pp. 105-123;
- 314) LEPSCHY A., *Reflections about the time arrow*, in Benci V., Cerrai P., Freguglia P., Israel G., Pellegrini C. (Eds), *Determinism, Holism, and Complexity*, Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York, 2003, p. 105-116;
- 315) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *PI Controllers for Robust Stability and Performance*, in KASZINSKI R. (ed), *MMAR 2003. Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, Szczecin (Poland), Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecinskiej, pp. 473-478;
- 316) LEPSCHY A., *Considerazioni sulla prevedibilità. Caso e Caos*, in *Giornata Galileiana*, «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS. LL. AA.», vol. CXV (2002-2003), Parte II, 2003, pp. 5-19;
- 317) LEPSCHY A., *Divagazioni sui numeri negativi e sulla loro rappresentazione*, «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS. LL. AA.», vol. CXV (2002-2003), Parte II, 2003, pp. 191-200;
- 318) BLANCHINI F., LEPSCHY A., MIANI S., VIARO U., *Characterization of standard controllers satisfying  $H_\infty$  specifications*, Proc. of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii USA, December 2003, pp. 6474-6479;

- 318 bis) BLANCHINI F., LEPSCHY A., MIANI S., VIARO U., *Characterization of PID and Lead/Lag Compensators Satisfying Given  $H_\infty$  Specifications*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 49, n. 5, may 2004, pp. 736-740;
- 319) LEPSCHY A., VIARO U., *Feedback: A Technique and a 'Tool for Thought'*, in LUCERTINI M., MILLAN GASCA A., NICOLÒ F. (eds.), *Technological Concepts and Mathematical Models in the Evolution of Modern Engineering Systems. Controlling, Managing, Organizing*, Birkhäuser Verlag, Basel – Boston – Berlin, 2004, pp. 129-155;
- 320) LEPSCHY A., *Scolio ad una "questione di matematica" trattata nei "Problemi" del Corpus Aristotelico*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLXI (2002-2003), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 2004, pp. 277-285;
- 321) LEPSCHY A., *Nota introduttiva alla ristampa anastatica di VINCENZO CHIMINELLO, Dell'eclisse solare degli 11 Febbraio 1804* (Venezia, presso Francesco Andriola, 1804), Bertinello Artigrafiche, Cittadella (Pd), 2004, pp. I-X;
- 322) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *On MIMO model reduction by equation error approach*, in DOMEK S., KASZINSKI R. (ed), *MMAR 04. Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Miedzzydroje, Poland. August 2004*, Szczecin (Poland), Wydawnictwa Politechniki Szczecinskiej, 2004, pp. 291-296;
- 323) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Simultaneous Stabilisation of multiple equilibrium points*, in DOMEK S., Kaszinski R. (eds), *MMAR 04. Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Miedzzydroje, Poland. August 2004*, Szczecin (Poland). Wydawnictwa Politechniki Szczecinskiej, 2004, pp. 321-324;
- 323 bis) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., MIANI S., VIARO U., *Simultaneous Stabilisation of multiple equilibrium points*, Proc. 43-rd CDC dec. 2004, pp. 2533-2536;
- 324) FERRANTE A., KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *L2 model reduction – non-gradient approach*, in: BUBNICKI Z., GRZECH A. (Eds), *Proceedings of the 15<sup>th</sup> International Conference on Systems Science, Wroclaw, Poland, September 2004*, Wroclaw (Poland), Wydawnictwa Politechniki Wroclawskiej, 2004, pp. 263-270;
- 325) KRAJEWSKI W., LEPSCHY A., VIARO U., *Designing PI controllers for robust stability and performance*, IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol. 12, n. 6, November 2004, pp. 973-983;
- 326) LEPSCHY A., *Ghiribizzo a proposito delle nozioni di causa formale e di analogia*, «Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Tomo CLXII (2003-2004), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 2004, pp. 525-536;
- 327) LEPSCHY A., MINNAJA C., *Considerazioni a proposito della cosiddetta funzione di Dirac*, «Atti e Memorie dell'Accademia Galileiana di SS. LL. AA.», vol. CXVI (2003-2004), Parte II, 2004, pp. 71-93;
- 328) BLANCHINI F., LEPSCHY A., MIANI S., VIARO U., *Constrained  $H_\infty$  design of PID controllers*, in KULJANIC E. (ed), *AMST '05. Advanced Manufacturing Systems and Technology*, «CISM Courses and Lectures», No. 486, Wien – New York, Springer Verlag, 2005, pp. 297-305.

## INDICE DEI NOMI DI PERSONA

- Albinovano Pedone 17  
Alfonso V d'Aragona (re d'Aragona e di Napoli) 36, 37  
Alighieri Dante 23, 24  
Alvaro Corrado 38  
Ariosto Ludovico 66  
Aristotele 42, 43, 45, 46, 69, 70, 72, 73  
Arouet François-Marie (vedi Voltaire)
- Baldassarri Mario XIII,  
Balzac Honoré de 37, 38  
Barozzi Francesco XIII,  
Battaglia Salvatore 4, 20, 21, 29  
Baudelaire Charles 38  
Behrens William W. 90  
Bellini Vincenzo 20, 29  
Berlin Brent 22, 29  
Berti Enrico 44, 47, 69, 70, 71  
Bisiacco Mauro 32  
Bizio Bartolomeo 18, 29  
Boiardo Matteo Maria 66  
Bonaparte Napoleone 99  
Boncinelli Edoardo 89  
Bontempelli Massimo 38  
Brummel George Bryan (vedi Lord Brummel)
- Caligola (Gaio Giulio Cesare Germanico) 31  
Cecco d'Ascoli (Francesco Stabili) 66  
Chiabrera Gabriello 21  
Cielo d'Alcamo 19  
Croce Benedetto 36
- d'Alagno Lucrezia 36  
Dalla Chiara Maria Luisa 88  
Davide (re d'Israele) 54  
De Pisis Filippo 21
- Dècina Lombardi Paola 38  
Democrito 12  
Deroy Louis 29  
Devoto Giacomo 20, 29  
Duhem Pierre 11  
Dürer Albrecht 36  
Duro Aldo 4, 20
- Eccles John Carew 12  
Einstein Albert 12, 82  
Elisabetta II (regina d'Inghilterra) 22
- Fales Frederick Mario 29  
Federici Vescovini Graziella 87  
Fedro 33  
Ferretti Giacomo 10  
Ferrini Maria Fernanda 41  
Firestone 74  
Fornasini Ettore 32  
Forrester Jay W. 91, 92  
Fourier Jean Baptiste Joseph 65  
Frova Andrea 29
- Galilei Galileo 79, 80, 81  
Gauss Carl Friedrich 31, 100  
Ghiretti Francesco 29  
Giosuè 83  
Gipper Helmut 29  
Gleick James 7  
Goethe (von) Johann Wolfgang 16
- Hadamard Jacques 11  
Hegel Georg Wilhelm Friedrich 87  
Helmont (van) Johannes Baptista 7  
Hohenheim (von) Philippus Aureolus Theophrastus Bombastus (vedi Paracelso)  
Hölderlin Johann Christian Friedrich 6, 7

- Holzschuer Hieronimus 36  
Hume David 69
- Jönsson Bodil 37
- Kant Emmanuel 70  
Kay Paul 22, 29
- Laplace Pierre-Simon 11, 12, 13, 81, 84  
Leibniz Gottfried 100  
Leopardi Giacomo 85  
Lepschy Antonio VII, XI, XII, XIII, XIV, XV, XVI, 29, 41, 76, 79  
Lepschy Giulio 47  
Longo Oddone 17, 29, 45, 47, 92  
Lord Brummel (George Bryan Brummel) 66  
Lorenz Konrad 11  
Luigi Filippo d'Orleans (re di Francia) 4  
Luisi Pier Luigi 87
- Machiavelli Niccolò 87  
Mainardi Danilo 69, 70, 71, 75  
Mandelbrot Benoit 10  
Marani Alessandro 83  
Marchesini Giovanni VII, XI, 32  
Marenesi Renzo XIII, XIV  
Martinet André 22, 29  
Marx Karl 87  
Maxwell 74  
Mazzarolli Leopoldo VII, 93  
Meadows Dennis L. 90  
Meadows Donella H. 90  
Melucci Alberto 86, 87  
Mesarovic Mihajlo 92  
Muffel Jacobus 36  
Musu Ignazio 88
- Napoleone III (re di Francia) 24  
Newton Isaac 11, 25, 27, 29, 80, 83, 100
- Oli Gian Carlo 20, 29  
Omero 17  
Orazio 17, 20  
Ovidio (Publio Ovidio Nasone) 6, 7
- Paracelso (Philippus Aureolus Theophrastus Bombastus von Hohenheim) 7
- Pastore Stocchi Manlio 79, 87  
Pestel Eduard 92  
Petrarca Francesco 66  
Pietronero Luciano 82  
Plinio il Vecchio (Gaius Plinius Secondo) 17  
Poincaré Henri 11  
Popper Karl 12, 14, 88, 89  
Pulci Luigi 66
- Ramus Petrus 69  
Randers Jørgen 90  
Reale Giovanni 41  
Redi Francesco 18  
Ruberti Antonio XI, XIII,  
Ruelle David Pierre 8  
Ruggiu Luigi 73  
Russel Bertrand 69
- Salomone (re d'Israele) 53, 54  
Scandellari Cesare 87  
Sebastiani Horace-François 4  
Somedà Giovanni XII,  
Stabili Francesco (vedi Cecco d'Ascoli)  
Stiles Walter Stanley 29
- Takens Floris 8  
Tasso Torquato 21, 66  
Tommaseo Niccolò 20, 29  
Toraldo di Francia Giuliano 88
- Valcher Maria Elena 32  
Vesentini Edoardo 93  
Viaro Umberto 76  
Vico Giambattista 87  
Vigolo Giorgio 7  
Vitruvio (Marco Vitruvio Pollione) 49  
Voltaire (François-Marie Arouet) XIII,
- Wiener Norbert 98, 99, 100  
Windelband Wilhelm 88  
Wyszecki Gunter 29
- Yorke Jim 8
- Zampieri Sandro 32  
Zanettin Bruno 49  
Zingarelli Nicola 20, 21, 29

Finito di stampare nel mese di ottobre 2008  
per i tipi della Tipografia "La Garangola" di Padova

All'indirizzo internet [www.istitutoveneto.it](http://www.istitutoveneto.it) è possibile effettuare una ricerca, per autore e per titolo, delle pubblicazioni dell'Istituto dal 1840 al 2008.

Nel corso del 2008 prenderà avvio l'acquisto *on-line* dei volumi dell'Istituto e sarà consultabile anche la forma digitale degli «Atti dell'VSLA» (a partire dal n. 165, 2006-2007).

I volumi possono essere acquistati presso l'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti  
(fax 041.5210589) oppure tramite il distributore CIERRE Distribuzioni Editoriali Srl  
(fax 045.8589609)



ANTONIO LEPSCHY è nato a Venezia il 3 ottobre 1931 ed è morto a Padova il 30 giugno 2005. Professore emerito di Controlli automatici dell'Università degli studi di Padova, è stato Segretario accademico della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali dal 1993 al 2003 e Vice Presidente dell'Istituto Veneto dal 2003 al 2005.

In copertina:

Antonio Canal, detto il Canaletto, *Capriccio con Porta Portello e rovine sullo sfondo di Padova*, particolare. Venezia, Gallerie dell'Accademia.

Progetto grafico della copertina:  
GRITTI MORLACCHI & SCHIRMER *Milano*

Il volume raccoglie alcuni saggi attraverso i quali l'Istituto Veneto intende rendere omaggio e rappresentare la figura di Antonio Lepschy, professore emerito di Controlli automatici dell'Università di Padova, intellettuale capace di affrontare i temi legati alla sua attività scientifica inserendoli nel più vasto orizzonte del dibattito culturale del nostro tempo e credendo profondamente nella ricchezza derivante dal dialogo tra scienziati di discipline differenti.

ISBN 978-88-95996-02-8



9 788895 996028 >

€ 15,00